प्रश्न संग्रह: खंड 1

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर(उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा:

  पूर्ण अंक : $+4$ यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |

  आंशिक अंक : $+3$ यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं |

  आंशिक अंक : $+2$ यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया हैं और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं |

  आंशिक अंक : $+1$ यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है |

  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं, तब

  केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर $+4$ अंक मिलेंगे;

  केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;

  केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;

  केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;

  केवल विकल्प (A) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;

  केवल विकल्प (B) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;

  केवल विकल्प (D) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;

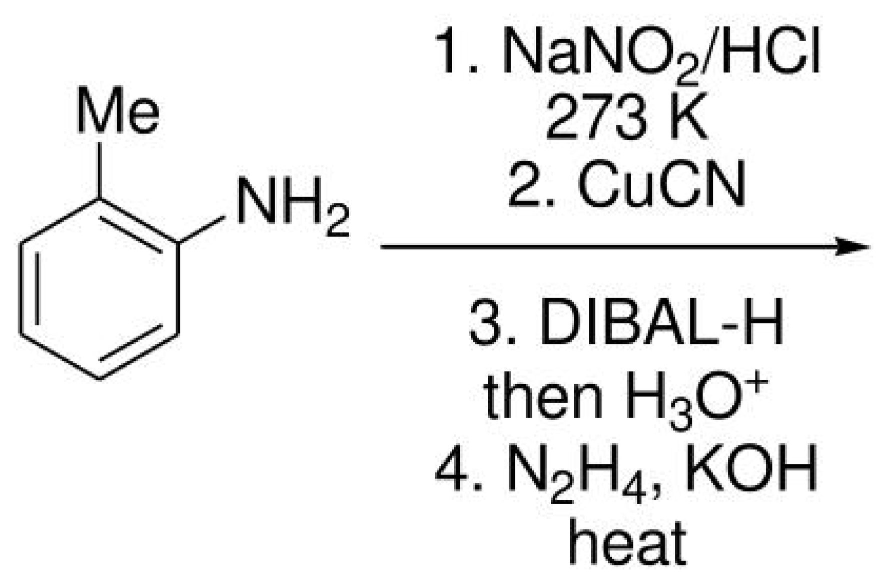
  कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और

  अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे |

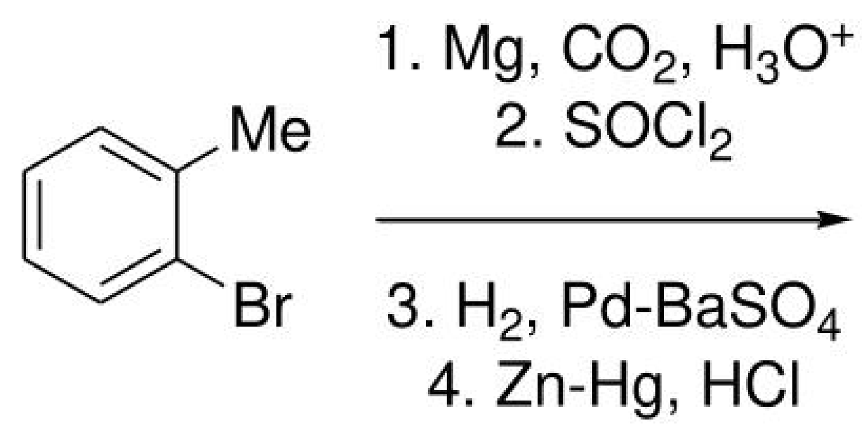
ZOLLEGE.in

Q.1 अभिक्रिया अनुक्रम जो मुख्य उत्पाद *o*-जाईलीन (*o*-xylene) देगा(देंगे) वह(वें) है(हैं)

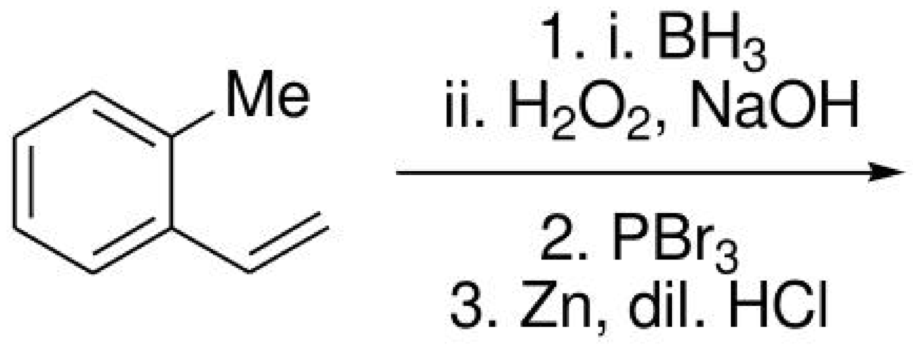
(A)



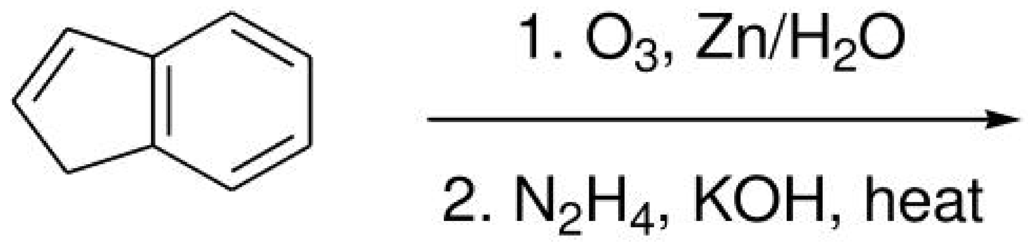
(B)



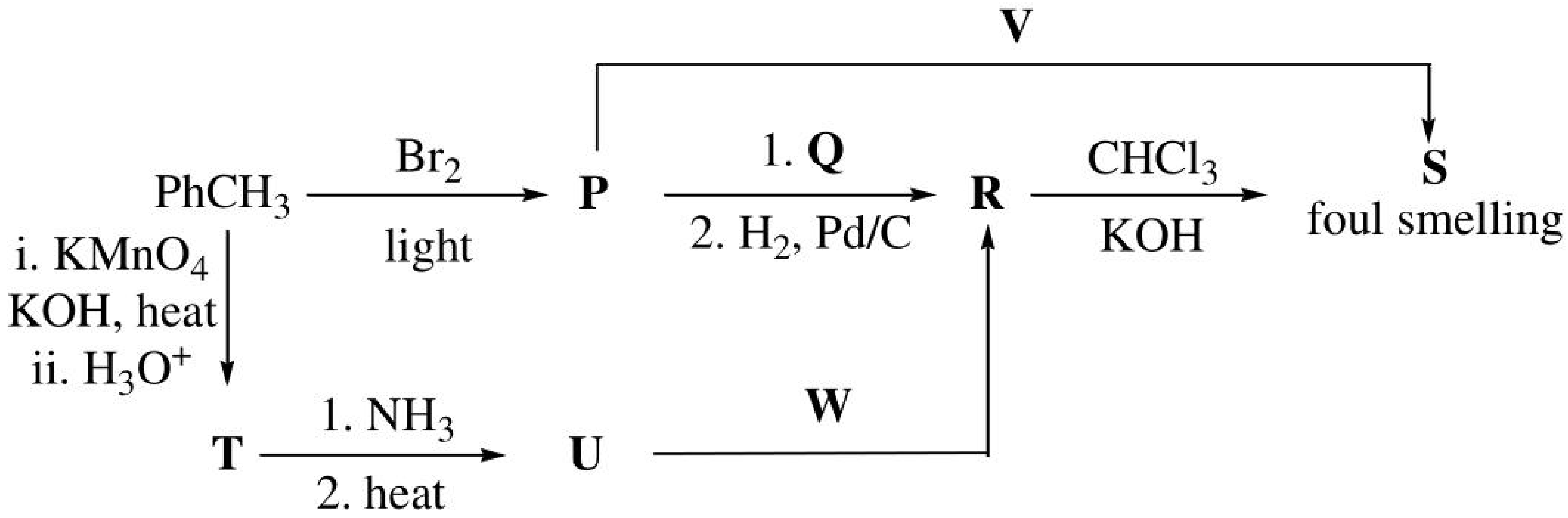
(C)



(D)



Q.2 निम्न लिखित अभिक्रियाओं के अनुक्रम के लिए सही विकल्प है(हैं)



(foul smelling = दुर्गंधयुक्त)

(A) **Q** = KNO_2, **W** = $LiAlH_4$

(B) **R** = बेंजीनऐमिन (benzenamine), **V** = KCN

(C) **Q** = $AgNO_2$, **R** = फ़ेनिलमेथेनेमीन (phenylmethanamine)

(D) **W** = $LiAlH_4$, **V** = AgCN

Q.3 नीचे दिए अभिक्रिया के लिए

$2\mathbf{X} + \mathbf{Y} \xrightarrow{k} \mathbf{P}$

अभिक्रिया वेग $\frac{d[\mathbf{P}]}{dt} = k[\mathbf{X}]$ है | **X** के दो मोलों को **Y** के एक मोल के साथ मिला कर 1.0 L विलयन बनाया गया | 50 s पर, अभिक्रिया मिश्रण में **Y** का 0.5 मोल बचा | अभिक्रिया के लिए सही कथन है(हैं)

(उपयोग करें: ln 2 = 0.693)

(A) अभिक्रिया का वेग स्थिरांक, k, 13.86×10^{-4} s^{-1} है |

(B) **X** की अर्धायु (half-life) 50 s है |

(C) 50 s पर, $-\frac{d[\mathbf{X}]}{dt} = 13.86 \times 10^{-3}$ mol L^{-1} s^{-1}

(D) 100 s पर, $-\frac{d[\mathbf{Y}]}{dt} = 3.46 \times 10^{-3}$ mol L^{-1} s^{-1}

ZOLLEGE.in

Q.4 नीचे 298 K पर कुछ मानक इलैक्ट्रोड विभव (standard electrode potentials) दिये गये हैं :

Pb^{2+}/Pb –0.13 V
Ni^{2+}/Ni –0.24 V
Cd^{2+}/Cd –0.40 V
Fe^{2+}/Fe –0.44 V

0.001 M $\mathbf{X}^{2+}$ और 0.1 M $\mathbf{Y}^{2+}$ वाले एक विलयन में धातु रॉड **X** और **Y** को डुबाया गया (298 K पर) और चालक तार द्वारा जोड़ा गया | इस कारण **X** घुलने लगा | **X** और **Y** का सही संयोजन, क्रमशः, है(हैं)

(दिया गया: गैस स्थिरांक, R = 8.314 J K^{-1} mol^{-1},
फैराडे (Faraday) स्थिरांक, F = 96500 C mol^{-1})

(A) Cd और Ni

(B) Cd और Fe

(C) Ni और Pb

(D) Ni और Fe

Q.5 यौगिकों के युग्म जिसमें से दोनों चतुष्फलकीय (tetrahedral) ज्यामिति को दर्शाते हैं, वो(वें) है(हैं)

(ध्यान दे: py = पिरिडीन,
Fe, Co, Ni और Cu के परमाणु क्रमांक यथाक्रम 26, 27, 28 एबं 29 हैं)

(A) $[FeCl_4]^-$ और $[Fe(CO)_4]^{2-}$

(B) $[Co(CO)_4]^-$ और $[CoCl_4]^{2-}$

(C) $[Ni(CO)_4]$ और $[Ni(CN)_4]^{2-}$

(D) $[Cu(py)_4]^+$ और $[Cu(CN)_4]^{3-}$

ZOLLEGE.in

Q.6 फोस्फोरस (Phosphorus) के ऑक्सीअम्लों (oxoacids) के बारे में सही कथन है(हैं)

(A) गर्म करने पर, H_3PO_3 असमानुपातन (disproportionation) अभिक्रिया कर के H_3PO_4 और PH_3 बनाता है |

(B) जबकि H_3PO_3 अपचायक कारक (reducing agent) जैसा व्यवहार कर सकता है, H_3PO_4 नहीं कर सकता |

(C) H_3PO_3 एक एकक्षारीय (monobasic) अम्ल है |

(D) H_3PO_3 में P–H आबंध का H परमाणु, पानी में आयनीक्रित (ionizable) नहीं होता है |

ZOLLEGE.in

ZOLLEGE.in

खंड 2

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न स्तम्भ (QUESTION STEM) हैं |
- प्रत्येक प्रश्न स्तम्भ से सम्बंधित **दो (02)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान** (**NUMERICAL VALUE**) है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से संबंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें |
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को दशमलव के **दो (02)** स्थानों तक **समेंटे/शून्यांत करें (truncate/round-off)** |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +2 यदि केवल सही संख्यात्मक मान (numerical value) को ही संबंधित स्थान में दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

प्रश्न 7 और 8 के लिए प्रश्न स्तम्भ

एक दुर्बल एकक्षारीय अम्ल (monobasic acid) की सीमान्त मोलर चालकता (limiting molar conductivity) 298 K पर 4×10^2 S cm^2 mol^{-1} है | 298 K पर, इस अम्ल के जलीय विलयन के वियोजन की मात्रा α है तथा मोलर चालकता (molar conductivity) $\mathbf{y} \times 10^2$ S cm^2 mol^{-1} है | 298 K पर, पानी से 20 गुना तनुकरण पर विलयन की मोलर चालकता (molar conductivity) $3\mathbf{y} \times 10^2$ S cm^2 mol^{-1} होती है |

Q.7 α का मान ____ है |

Q.8 $\mathbf{y}$ का मान ____ है |

ZOLLEGE.in

प्रश्न 9 और 10 के लिए प्रश्न स्तम्भ

x g Sn की HCl के साथ अभिक्रिया, मात्रात्मक्तः (quantitatively) एक लवण बनाती है | HCl के जरूरी मात्रा के उपस्थिति में इस लवण की पूरी मात्रा, **y** g नाईट्रोबेंजीन (nitrobenzene) के साथ अभिक्रिया होने पर 1.29 g कार्बनिक लवण बनता है (मात्रात्मक्तः) |

(उपयोग करें: H, C, N, O, Cl और Sn के मोलर द्रव्यमानों का मान (g mol^{-1} में) यथाक्रम 1, 12, 14, 16, 35 और 119).

Q.9 **x** का मान ____ है |

Q.10 **y** का मान ____ है |

प्रश्न 11 और 12 के लिए प्रश्न स्तम्भ

एक प्रतिदर्श (5.6 g), जिसमे लोहा है, ठन्डे तनु HCl में पूर्णतः घोलकर 250 mL का एक विलयन बनता है | इस विलयन के 25.0 mL के अनुमापन में अन्त्यबिंदु को पहुचने के लिए 0.03 M $KMnO_4$ विलयन का 12.5 mL लगता है | 250 mL विलयन में Fe^{2+} के मोलों की संख्या **x** $\times 10^{-2}$ है ($FeCl_2$ का पूर्ण घोलना मानिये) | प्रतिदर्श में मौजूद लोहे की मात्रा वजन के अनुसार (by weight) **y**% है |

(मान लें: विलयन में $KMnO_4$ केवल Fe^{2+} के साथ ही अभिक्रिया करता है |
उपयोग करें: लोहा का मोलर द्रव्यमान 56 g mol^{-1})

ZOLLEGE.in

Q.11 **x** का मान ____ है |

Q.12 **y** का मान ____ है |

प्रश्न संग्रह: खंड 3

- इस खंड में **दो (02) अनुच्छेद** हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो (02)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : $+3$ यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

अनुच्छेद 1

एक आबंध तोड़ने के लिए जितने ऊर्जा की मात्रा लगती है वह उसी आबंध बनाते समय उत्सर्जित ऊर्जा के मात्रा के बराबर होती है | गैसीय अवस्था में, एक आबंध के समांश विदलन (homolytic cleavage) के लिए जितनी ऊर्जा लगती है उसे आबंध वियोजन ऊर्जा (Bond Dissociation Energy, BDE) या आबंध प्रबलता (Bond Strength) कहते है | आबंध के *s*-चरित्र (*s*-character) और बने मूलक (radicals) के स्थिरता से BDE प्रभावित होती है | सामान्यतः छोटा आबंध (shorter bond) ज्यादा मज़बूत आबंध होता है | कुछ आबंधों की BDEs नीचे दी गयी है:

$$H_3C-H(g) \longrightarrow H_3C^{\bullet}(g) + H^{\bullet}(g) \quad \Delta H^o = 105\ \text{kcal mol}^{-1}$$

$$Cl-Cl(g) \longrightarrow Cl^{\bullet}(g) + Cl^{\bullet}(g) \quad \Delta H^o = 58\ \text{kcal mol}^{-1}$$

$$H_3C-Cl(g) \longrightarrow H_3C^{\bullet}(g) + Cl^{\bullet}(g) \quad \Delta H^o = 85\ \text{kcal mol}^{-1}$$

$$H-Cl(g) \longrightarrow H^{\bullet}(g) + Cl^{\bullet}(g) \quad \Delta H^o = 103\ \text{kcal mol}^{-1}$$

ZOLLEGE.in

Q.13 स्तम्भ (Column) **J** में **C–H** आबंधों (shown in bold) का स्तम्भ (Column) **K** में दिए उनके BDE के साथ सही मेल है

स्तम्भ **J** अणु	स्तम्भ **K** BDE (kcal mol^{-1})
(P) **H–C**$H(CH_3)_2$	(i) 132
(Q) **H–C**H_2Ph	(ii) 110
(R) **H–C**$H{=}CH_2$	(iii) 95
(S) **H–C**$\equiv$CH	(iv) 88

(A) P – iii, Q – iv, R – ii, S – i

(B) P – i, Q – ii, R – iii, S – iv

(C) P – iii, Q – ii, R – i, S – iv

(D) P – ii, Q – i, R – iv, S – iii

Q.14 निम्न लिखित अभिक्रिया,

$$CH_4(g) + Cl_2(g) \xrightarrow{\text{light}} CH_3Cl(g) + HCl(g),$$ (light मतलब प्रकाश है)

के लिए सही कथन है

(A) प्रारंभन पद (initiation step) ऊष्माक्षेपी (exothermic) है, $\Delta H^o = -58$ kcal mol^{-1} के साथ |

(B) संचरण पद (propagation step) में शामिल $^{\cdot}CH_3$ का गठन ऊष्माक्षेपी (exothermic) है , $\Delta H^o = -2$ kcal mol^{-1} के साथ |

(C) संचरण पद (propagation step) में शामिल CH_3Cl का गठन ऊष्माशोषी (endothermic) है, $\Delta H^o = +27$ kcal mol^{-1} के साथ |

(D) अभिक्रिया ऊष्माक्षेपी (exothermic) है, $\Delta H^o = -25$ kcal mol^{-1} के साथ |

ZOLLEGE.in

अनुच्छेद 2

$K_3[Fe(CN)_6]$ की ताजे बनाये गए $FeSO_4$ के विलयन के साथ अभिक्रिया करने पर एक घना नीला अवक्षेप उत्पादित होता है, जिसे 'टर्नबुल ब्लू' (Turnbull's blue) कहते है | $K_4[Fe(CN)_6]$ की $FeSO_4$ विलयन के साथ हवा की पूरी तरह से अनुपस्थिति में अभिक्रिया होने से एक सफेद अवक्षेप (precipitate) **X** उत्पादित होता है, जो हवा में नीले में बदल जाता है | $FeSO_4$ के विलयन में $NaNO_3$ को मिलाने के पश्चात् , परख नली के बाजूओं से सान्द्र H_2SO_4 को धीरे धीरे डालने पर एक भूरा वलय (brown ring) देता है |

Q.15 अवक्षेप **X** है

(A) $Fe_4[Fe(CN)_6]_3$

(B) $Fe[Fe(CN)_6]$

(C) $K_2Fe[Fe(CN)_6]$

(D) $KFe[Fe(CN)_6]$

Q.16 निम्नलिखित में से, जिसके बनने से भूरा वलय (brown ring) मिलता है, वह है

(A) $[Fe(NO)_2(SO_4)_2]^{2-}$

(B) $[Fe(NO)_2(H_2O)_4]^{3+}$

(C) $[Fe(NO)_4(SO_4)_2]$

(D) $[Fe(NO)(H_2O)_5]^{2+}$

ZOLLEGE.in

खंड 4

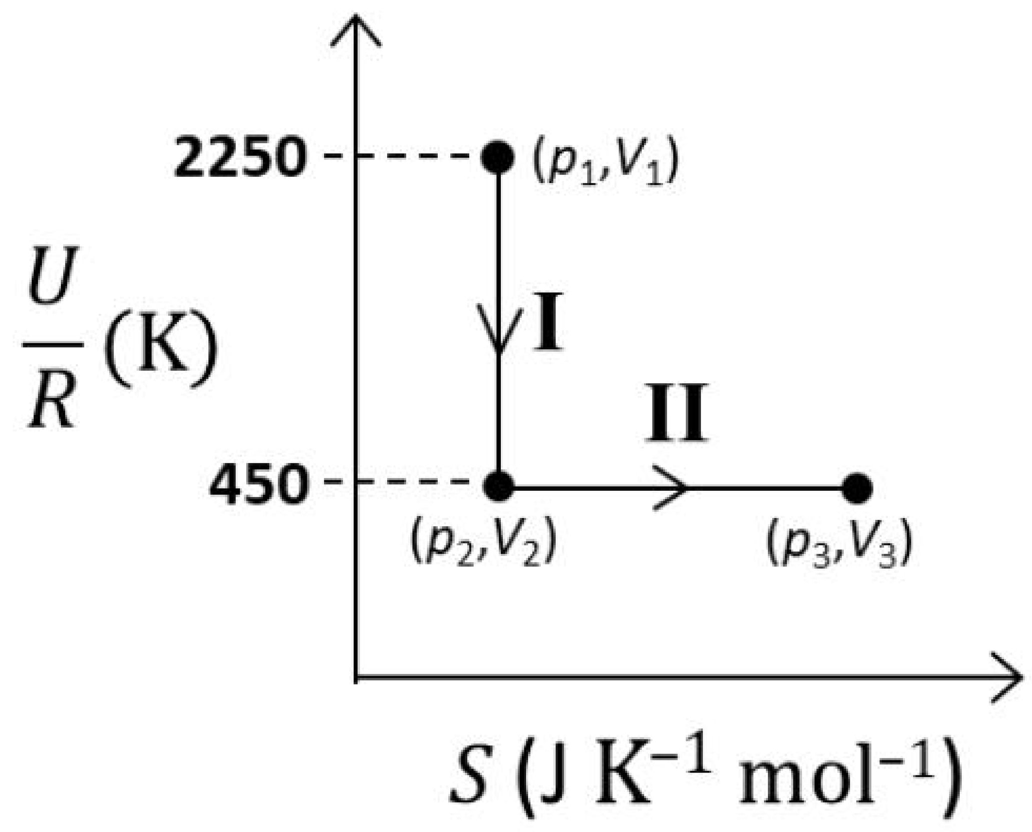
- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER) है |**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

  पूर्ण अंक : +4 यदि क़ेवल सही पूर्णांक (integer) ही दर्ज़ किया गया है |

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

ZOLLEGE.in

Q.17 जैसा की नीचे दर्शाया गया है, आदर्श गैस का एक मोल, 900 K से, दो उत्क्रमणिय प्रक्रमों (reversible processes), **I** के बाद **II**, से हो कर गुजरता है | यदि गैस के द्वारा दोनों प्रक्रमों में किया गया कार्य बराबर है, तो $\ln\frac{V_3}{V_2}$ का मान ____ है |



(U: आंतरिक ऊर्जा (internal energy), S: एंट्रॉपी (entropy), p: दाब (pressure), V: आयतन (volume), R: गैस नियतांक (gas constant))

(दिया गया: स्थिर आयतन पर गैस के मोलीय ऊष्माधारिता (molar heat capacity at constant volume), $C_{V,m}$ का मान $\frac{5}{2}R$ है)

Q.18 मान लें की एक हीलियम (He) परमाणु 330 nm तरंगदैर्घ्य (wavelength) वाले एक फ़ोटॉन को अवशोषित करता है | उस फ़ोटॉन के अवशोषण के बाद He परमाणु के वेग में बदलाव ____ $cm\ s^{-1}$ है |

(मान लें की जब फ़ोटॉन (photon) अवशोषित होता है, तब संवेग (momentum) संरक्षित रहता है | उपयोग करे: प्लांक नियतांक (Planck constant) = 6.6×10^{-34} J s, अवोगाद्रो संख्या (Avogadro number) = 6×10^{23} mol^{-1}, He का मोलर द्रव्यमान = 4 g mol^{-1})

Q.19 ClO_2 का ओज़ोनी अपघटन (ozonolysis), क्लोरीन का एक ऑक्साइड उत्पादीत करता है | इस ऑक्साइड में क्लोरीन की औसत ऑक्सीकरण अवस्था (average oxidation state) ____ है |

END OF THE QUESTION PAPER

ZOLLEGE.in

खंड 1

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर(उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा:

पूर्ण अंक : $+4$ यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |
आंशिक अंक : $+3$ यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं |
आंशिक अंक : $+2$ यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया हैं और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं |
आंशिक अंक : $+1$ यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है |
शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में |

- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं, तब

केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर $+4$ अंक मिलेंगे;
केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;
केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;
केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;
केवल विकल्प (A) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;
केवल विकल्प (B) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;
केवल विकल्प (D) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;
कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे |

Q.1 मान लीजिए कि

$$S_1 = \{(i,j,k): i,j,k \in \{1,2,\ldots,10\}\},$$

$$S_2 = \{(i,j): 1 \le i < j+2 \le 10,\ \ i,j \in \{1,2,\ldots,10\}\},$$

$$S_3 = \{(i,j,k,l): 1 \le i < j < k < l,\ \ i,j,k,l \in \{1,2,\ldots,10\}\}$$

और

$$S_4 = \{(i,j,k,l): i,j,k \text{ और } l,\ \{1,2,\ldots,10\} \text{ में भिन्न (distinct) अवयवों (elements) हैं}\}$$

यदि $r = 1,2,3,4$ के लिए समुच्चय S_r में कुल अवयवों की संख्या n_r है, तब निम्न कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं) ?

(A) $n_1 = 1000$ (B) $n_2 = 44$ (C) $n_3 = 220$ (D) $\frac{n_4}{12} = 420$

ZOLLEGE.in

Q.2 एक त्रिभुज PQR पर विचार कीजिए जिसमें कोणों P, Q और R के सम्मुख (opposite) भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः p, q और r हैं | तब निम्न कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं) ?

(A) $\cos P \geq 1 - \frac{p^2}{2qr}$

(B) $\cos R \geq \left(\frac{q-r}{p+q}\right)\cos P + \left(\frac{p-r}{p+q}\right)\cos Q$

(C) $\frac{q+r}{p} < 2\frac{\sqrt{\sin Q \sin R}}{\sin P}$

(D) यदि $p < q$ और $p < r$ हैं, तब $\cos Q > \frac{p}{r}$ और $\cos R > \frac{p}{q}$ हैं

Q.3 मान लीजिए कि $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \mathbb{R}$ एक ऐसा संतत फलन (continuous function) है कि

$$f(0) = 1 \text{ और } \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t)dt = 0$$

तब निम्न कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं) ?

(A) समीकरण $f(x) - 3\cos 3x = 0$ का कम से कम एक हल $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ में है

(B) समीकरण $f(x) - 3\sin 3x = -\frac{6}{\pi}$ का कम से कम एक हल $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ में है

(C) $\lim_{x\to 0} \frac{x\int_0^x f(t)dt}{1-e^{x^2}} = -1$

(D) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x \int_0^x f(t)dt}{x^2} = -1$

Q.4 किसी भी वास्तविक संख्याओं α और β के लिए, मान लीजिए कि $y_{\alpha,\beta}(x),\ x \in \mathbb{R}$, अवकल समीकरण (differential equation)

$$\frac{dy}{dx} + \alpha y = xe^{\beta x},\ \ y(1) = 1$$

का हल है | मान लीजिए कि $S = \{y_{\alpha,\beta}(x) : \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ है | तब निम्न फलनों (functions) में से कौन से (सा) समुच्चय (set) S में हैं $\left(\text{है}\right)$?

(A) $f(x) = \frac{x^2}{2}e^{-x} + \left(e - \frac{1}{2}\right)e^{-x}$

(B) $f(x) = -\frac{x^2}{2}e^{-x} + \left(e + \frac{1}{2}\right)e^{-x}$

(C) $f(x) = \frac{e^x}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \left(e - \frac{e^2}{4}\right)e^{-x}$

(D) $f(x) = \frac{e^x}{2}\left(\frac{1}{2} - x\right) + \left(e + \frac{e^2}{4}\right)e^{-x}$

ZOLLEGE.in

Q.5 मान लीजिए कि O मूल बिंदु (origin) है तथा $\overrightarrow{OA} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k}$, $\overrightarrow{OB} = \hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ और, किसी एक $\lambda > 0$ के लिए $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} - \lambda\,\overrightarrow{OA})$ हैं | यदि $|\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}| = \frac{9}{2}$ है, तब निम्न कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं) ?

(A) $\overrightarrow{OC}$ का $\overrightarrow{OA}$ पर प्रक्षेप (projection) $-\frac{3}{2}$ है

(B) त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल $\frac{9}{2}$ है

(C) त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल $\frac{9}{2}$ है

(D) संलग्न भुजाओं (adjacent sides) $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OC}$ वाले समांतर चतुर्भुज (parallelogram) के विकर्णों (diagonals) के बीच का न्यून कोण (acute angle) $\frac{\pi}{3}$ है

Q.6 मान लीजिए कि परवलय (parabola) $y^2 = 8x$ को E द्वारा निरुपित किया जाता है | मान लीजिए कि $P = (-2, 4)$, और मान लीजिए कि E पर Q और Q' दो ऐसी भिन्न (distinct) बिंदु हैं कि रेखाएँ PQ और PQ', E पर स्पर्श रेखाएँ (tangents) हैं | मान लीजिए कि E की नाभि (focus) F है | तब निम्न कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं) ?

(A) त्रिभुज PFQ एक समकोण त्रिभुज (right-angled triangle) है

(B) त्रिभुज QPQ' एक समकोण त्रिभुज है

(C) P और F के बीच की दूरी $5\sqrt{2}$ है

(D) Q और Q' को मिलाने वाली रेखा पर F स्थित है

ZOLLEGE.in

खंड 2

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न स्तम्भ (QUESTION STEM) हैं |
- प्रत्येक प्रश्न स्तम्भ से सम्बंधित **दो (02)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान** (**NUMERICAL VALUE**) है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से संबंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें |
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को दशमलव के **दो (02)** स्थानों तक **समेंटे/शून्यांत करें (truncate/round-off)** |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +2 यदि केवल सही संख्यात्मक मान (numerical value) को ही संबंधित स्थान में दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

ZOLLEGE.in

प्रश्न 7 और 8 के लिए प्रश्न स्तम्भ

क्षेत्र $R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ और } y^2 \leq 4 - x\right\}$ पर विचार कीजिए। मान लीजिए कि $\mathcal{F}$ उन सभी वृत्तों का कुल (family of circles) है जो R में अंतर्विष्ट हैं और जिनके केंद्र (centers) x-अक्ष पर स्थित हैं। मान लीजिए कि $\mathcal{F}$ में विद्यमान वृत्तों में सबसे अधिक त्रिज्या वाले वृत्त को C से निरुपित किया जाता है। मान लीजिए कि (α, β) एक ऐसा बिंदु है जहां वृत्त C, वक्र $y^2 = 4 - x$ को मिलता है।

Q.7 वृत्त C की त्रिज्या का मान ___ है।

Q.8 α का मान ___ है।

प्रश्न 9 और 10 के लिए प्रश्न स्तम्भ

मान लीजिए कि $f_1: (0, \infty) \to \mathbb{R}$ और $f_2: (0, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f_1(x) = \int_0^x \prod_{j=1}^{21} (t - j)^j \, dt, \qquad x > 0$$

और

$$f_2(x) = 98(x-1)^{50} - 600(x-1)^{49} + 2450, \quad x > 0$$

द्वारा परिभाषित है, जहां किसी भी धन पूर्णांक (positive integer) n और वास्तविक संख्याओं $a_1, a_2, \ldots, a_n$ के लिए, $\prod_{i=1}^{n} a_i$, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ के गुणनफल को निरुपित करता है। मान लीजिए कि m_i और n_i, क्रमशः, अंतराल $(0, \infty)$ में फलन f_i, $i = 1, 2,$ के स्थानीय न्यूनतम (local minima) बिंदुओं की संख्या और स्थानीय अधिकतम (local maxima) बिंदुओं की संख्या को निरुपित करते हैं।

Q.9 $2m_1 + 3n_1 + m_1 n_1$ का मान ___ है।

Q.10 $6m_2 + 4n_2 + 8m_2 n_2$ का मान ___ है।

ZOLLEGE.in

प्रश्न 11 और 12 के लिए प्रश्न स्तम्भ

मान लीजिए कि $g_i\colon \left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right] \to \mathbb{R}, i = 1, 2,$ और $f\colon \left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right] \to \mathbb{R}$ ऐसे फलन हैं कि, सभी $x \in \left[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right]$ के लिए,

$$g_1(x) = 1,\ g_2(x) = |4x - \pi| \text{ और } f(x) = \sin^2 x$$

अब

$$S_i = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} f(x) \cdot g_i(x)\, dx, \quad i = 1, 2$$

को परिभाषित कीजिए।

Q.11 $\frac{16S_1}{\pi}$ का मान __ है।

Q.12 $\frac{48S_2}{\pi^2}$ का मान __ है।

ZOLLEGE.in

ZOLLEGE.in

खंड 3

- इस खंड में **दो (02) अनुच्छेद** हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो (02)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

अनुच्छेद 1

मान लीजिए कि

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq r^2\},$$

जहां $r > 0$ है | गुणोत्तर श्रेढ़ी (geometric progression) $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}, n = 1,2,3, \ldots$ पर विचार कीजिए | मान लीजिए कि $S_0 = 0$ और, $n \geq 1$ के लिए, मान लीजिए कि S_n इस श्रेढ़ी के प्रथम n पदों के योगफल को निरुपित करता है | मान लीजिए कि, $n \geq 1$ के लिए, C_n उस वृत्त को निरुपित करता है जिसका केंद्र $(S_{n-1}, 0)$ पर स्थित है और त्रिज्या (radius) a_n है, और D_n उस वृत्त को निरुपित करता है जिसका केंद्र (S_{n-1}, S_{n-1}) पर स्थित है और त्रिज्या a_n है |

Q.13 उस M पर विचार कीजिए जिसके लिए $r = \frac{1025}{513}$ है | मान लीजिए कि k उन सभी वृत्तों C_n की संख्या है जो M के अन्दर विद्यमान हैं | मान लीजिए कि l, इन k वृत्तों में से उन वृत्तों की अधिकतम संभावित संख्या (maximum possible number) है, जिनमें से कोई भी दो वृत्त एक-दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करते हैं | तब

(A) $k + 2l = 22$ (B) $2k + l = 26$ (C) $2k + 3l = 34$ (D) $3k + 2l = 40$

Q.14 उस M पर विचार कीजिए जिसके लिए $r = \frac{(2^{199}-1)\sqrt{2}}{2^{198}}$ है | उन सभी वृत्तों D_n की संख्या, जो M के अन्दर विद्यमान हैं, है

(A) 198 (B) 199 (C) 200 (D) 201

ZOLLEGE.in

अनुच्छेद 2

मान लीजिए कि $\psi_1: [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $\psi_2: [0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f: [0, \infty) \to \mathbb{R}$ और $g: [0, \infty) \to \mathbb{R}$ ऐसे फलन हैं कि

$f(0) = g(0) = 0,$

$$\psi_1(x) = e^{-x} + x, \quad x \geq 0,$$

$$\psi_2(x) = x^2 - 2x - 2e^{-x} + 2, \quad x \geq 0,$$

$$f(x) = \int_{-x}^{x} (|t| - t^2) e^{-t^2} dt, \quad x > 0$$

और

$$g(x) = \int_0^{x^2} \sqrt{t}\, e^{-t}\, dt, \quad x > 0$$

ZOLLEGE.in

Q.15 निम्न कथनों में से कौन सा **सत्य** है ?

(A) $f(\sqrt{\ln 3}) + g(\sqrt{\ln 3}) = \frac{1}{3}$

(B) प्रत्येक $x > 1$ के लिए, एक ऐसा $\alpha \in (1, x)$ विद्यमान है जिसके लिए $\psi_1(x) = 1 + \alpha x$ है

(C) प्रत्येक $x > 0$ के लिए, एक ऐसा $\beta \in (0, x)$ विद्यमान है जिसके लिए $\psi_2(x) = 2x(\psi_1(\beta) - 1)$ है

(D) अंतराल $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ में f एक वर्धमान फलन (increasing function) है

Q.16 निम्न कथनों में से कौन सा **सत्य** है ?

(A) सभी $x > 0$ के लिए, $\psi_1(x) \leq 1$

(B) सभी $x > 0$ के लिए, $\psi_2(x) \leq 0$

(C) सभी $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ के लिए, $f(x) \geq 1 - e^{-x^2} - \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{5}x^5$

(D) सभी $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ के लिए, $g(x) \leq \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{7}x^7$

ZOLLEGE.in

खंड 4

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER) है |**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +4 यदि क़ेवल सही पूर्णांक (integer) ही दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.17 एक संख्या को समुच्चय (set) $\{1, 2, 3, \dots, 2000\}$ से यादृच्छया (randomly) चुना जाता है | मान लीजिए कि p चुनी गयी संख्या के 3 का गुणज (multiple) अथवा 7 का गुणज होने की प्रायिकता (probability) है | तब $500p$ का मान __ है |

Q.18 मान लीजिए कि E दीर्घवृत (ellipse) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ को दर्शाता है | E पर किसी भी तीन भिन्न बिंदुओं P, Q और Q' के लिए, मान लीजिए कि $M(P, Q)$, P और Q को मिलाने वाले रेखाखंड (line segment) का मध्यबिंदु है, तथा $M(P, Q')$, P और Q' को मिलाने वाले रेखाखंड का मध्यबिंदु है | जब P, Q और Q', E पर परिवर्तित होते रहते हैं तब $M(P, Q)$ और $M(P, Q')$ के बीच की अधिकतम संभावित दूरी __ है |

Q.19 किसी भी वास्तविक संख्या x के लिए, मान लीजिए कि $[x]$, x से कम या x के बराबर महत्तम पूर्णांक (largest integer) को निरुपित करता है | यदि

$$I = \int_0^{10} \left[\sqrt{\frac{10x}{x+1}} \right] dx \,,$$

तब $9I$ का मान __ है |

END OF THE QUESTION PAPER

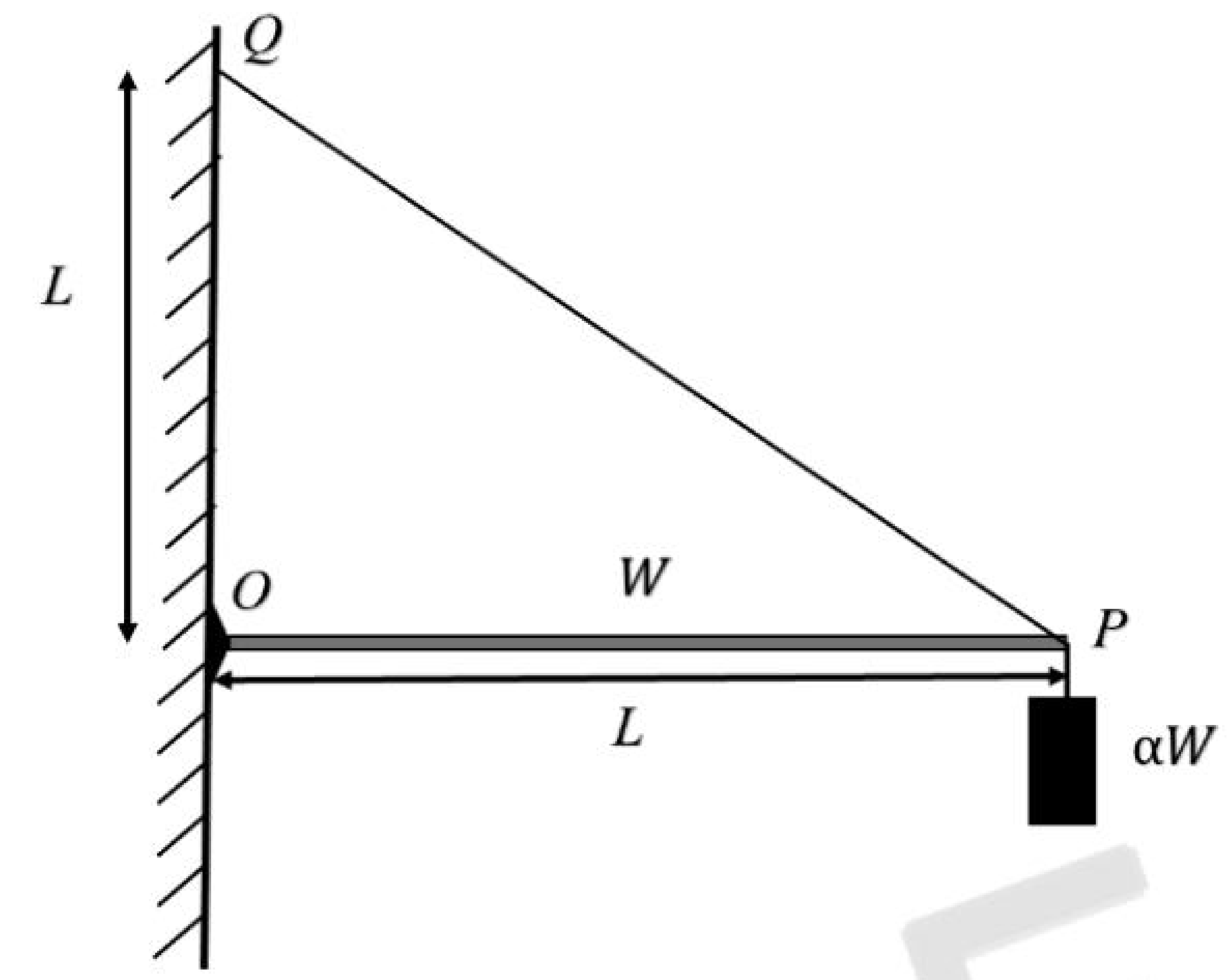
ZOLLEGE.in

प्रश्न संग्रह: खंड 1

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं|
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं| इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं)|
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर(उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए|
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा:
  पूर्ण अंक : $+4$ यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है|
  आंशिक अंक : $+3$ यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं|
  आंशिक अंक : $+2$ यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया हैं और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं|
  आंशिक अंक : $+1$ यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है|
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
  ऋण अंक : -2 अन्य सभी परिस्थितियों में|
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं, तब
  केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर $+4$ अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर $+2$ अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (D) चुनने पर $+1$ अंक मिलेंगे;
  कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर -2 अंक मिलेंगे|

ZOLLEGE.in

Q.1 भार W तथा लम्बाई L की एक क्षैतिज (horizontal) एकसमान बीम (uniform beam) के एक सिरे को उर्ध्वाधर दीवार के एक बिन्दु O पर कीलकित (hinged) किया गया है। बीम का दूसरा सिरा P एक भारहीन अतान्य (inextensible) डोरी से बंधा है। डोरी का दूसरा सिरा Q, बिन्दु O से L ऊंचाई पर बंधा है| बीम के सिरे P से αW भार का एक गुटका जुड़ा है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। चित्र पैमाने (scale) के अनुसार नहीं है| डोरी अधिकतम तनाव $(2\sqrt{2})W$ वहन कर सकती है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं) ?



(A) बिन्दु O पर लगे प्रतिक्रिया बल का ऊर्ध्वाधर घटक, α पर निर्भर **नहीं** करता है

(B) बिन्दु O पर लगे प्रतिक्रिया बल का क्षैतिज घटक, $\alpha = 0.5$ के लिए, W के बराबर है

(C) $\alpha = 0.5$ के लिए डोरी में तनाव $2W$ है

(D) यदि $\alpha > 1.5$ हो, तो डोरी टूट जाएगी

Q.2 एक ध्वनि स्रोत (source) गति u से लम्बाई L के एक स्थिर पाइप (pipe) के खुले छोर की ओर गतिमान है, और आवृत्ति (frequency) f_s का ध्वनि उत्सर्जित कर रहा है| पाइप का दूसरा छोर बंद है। वायु में ध्वनि की गति v है तथा पाइप की मूल आवृत्ति (fundamental frequency) f_0 है। निम्न में से u तथा f_s के किन संयोजन (नों) (combination(s)) के लिये, पाइप पर पहुँचने वाली ध्वनि अनुनाद (resonance) करेगी?

(A) $u = 0.8v$ और $f_s = f_0$

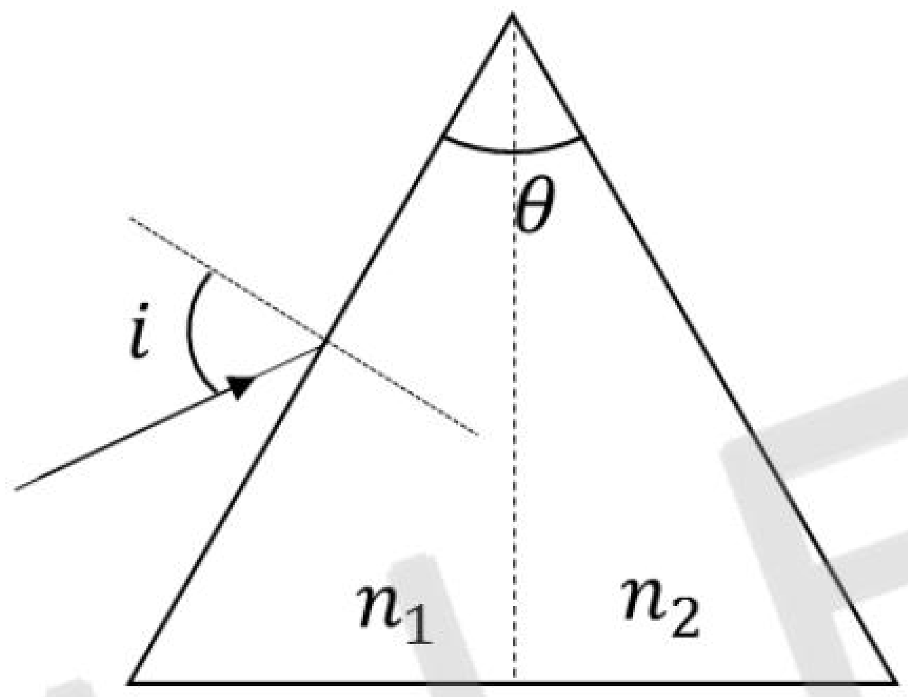
(B) $u = 0.8v$ और $f_s = 2f_0$

(C) $u = 0.8v$ और $f_s = 0.5f_0$

(D) $u = 0.5v$ और $f_s = 1.5f_0$

ZOLLEGE.in

Q.3 नीचे दिये गए चित्र में, प्रिज्म का प्रिज्म कोण $\theta = 60^\circ$ है। प्रिज्म के बाएँ ओर के आधे हिस्से का अपवर्तनांक (refractive index) n_1 है और दाएँ ओर के आधे हिस्से का अपवर्तनांक n_2 $(n_2 \geq n_1)$ है। जब $n_1 = n_2 = n = 1.5$ है तब आपतन कोण (angle of incidence) i को इस तरह से लिया जाता है कि आपतित प्रकाश की किरणों का विचलन (deviation) न्यूनतम है | भिन्न अपवर्तनांक, $n_1 = n$ और $n_2 = n + \Delta n$ (जहाँ $\Delta n \ll n$) की स्थिति में निर्गत कोण (angle of emergence) $e = i + \Delta e$ हो जाता है। निम्न कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं) ?



(A) रेडियंस (radians) में Δe का मान Δn से अधिक है

(B) Δe, Δn के समानुपाती है

(C) यदि $\Delta n = 2.8 \times 10^{-3}$ है, तो Δe का मान 2 और 3 मिलीरेडियंस (milliradians) के मध्य है

(D) यदि $\Delta n = 2.8 \times 10^{-3}$ है, तो Δe का मान 1 और 1.6 मिलीरेडियंस के मध्य है

Q.4 एक भौतिक राशि $\vec{S}$ को $\vec{S} = (\vec{E} \times \vec{B})/\mu_0$ से परिभाषित किया जाता है, जहाँ $\vec{E}$ विद्युत क्षेत्र (electric field), $\vec{B}$ चुम्बकीय क्षेत्र (magnetic field) और μ_0 निर्वात की चुंबकशीलता (permeability of free space) हैं। निम्न में से किसकी (किनकी) विमाएं $\vec{S}$ की विमाओं के समान हैं ?

(A) $\frac{\text{ऊर्जा}}{\text{आवेश} \times \text{धारा}}$ $\left(\frac{Energy}{Charge \times Current}\right)$

(B) $\frac{\text{बल}}{\text{समय} \times \text{लम्बाई}}$ $\left(\frac{Force}{Length \times Time}\right)$

(C) $\frac{\text{ऊर्जा}}{\text{आयतन}}$ $\left(\frac{Energy}{Volume}\right)$

(D) $\frac{\text{शक्ति}}{\text{क्षेत्रफल}}$ $\left(\frac{Power}{Area}\right)$

ZOLLEGE.in

Q.5 एक स्थिर भारी नाभिक (nucleus) N का विखंडन (fission) $N \rightarrow P + Q$ समीकरण के अनुसार होता है, जहाँ P और Q दो हल्के नाभिक हैं। मान लीजिए कि $\delta = M_N - M_P - M_Q$ है, जहाँ M_P, M_Q और M_N क्रमशः P, Q और N के द्रव्यमान हैं। E_P और E_Q क्रमशः P और Q की गतिज ऊर्जाएं हैं। v_P और v_Q क्रमशः P और Q की गति हैं। यदि निर्वात में प्रकाश की गति c है, तो निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं)?

(A) $E_P + E_Q = c^2\delta$

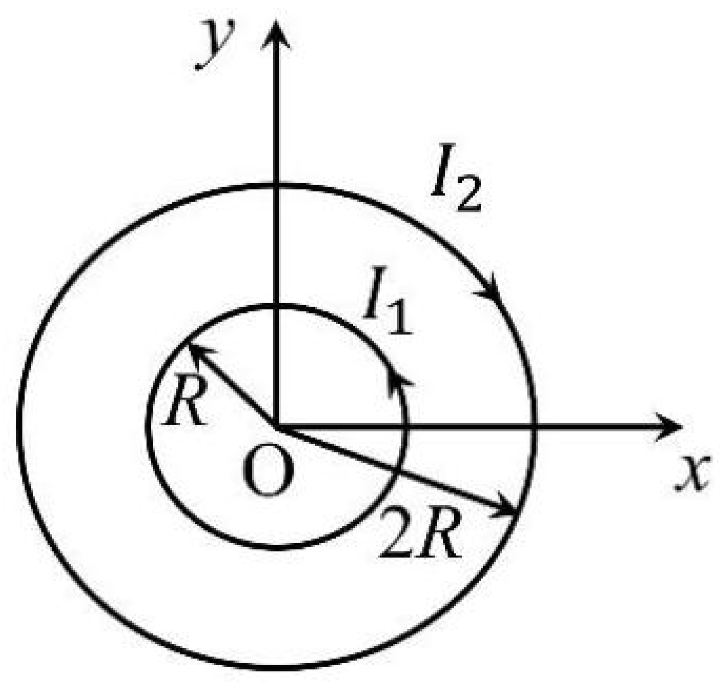
(B) $E_P = \left(\frac{M_P}{M_P+M_Q}\right)c^2\delta$

(C) $\frac{v_P}{v_Q} = \frac{M_Q}{M_P}$

(D) P के और Q के संवेग (momentum) का परिमाण (magnitude) $c\sqrt{2\mu\delta}$ है, जहाँ $\mu = \frac{M_P M_Q}{(M_P+M_Q)}$

ZOLLEGE.in

Q.6 xy-समतल पर दो सकेन्द्रित वृत्ताकार लूप (loop) चित्रानुसार रखे हैं जिनके कॉमन केंद्र मूल बिंदु (origin) पर हैं | इसमें एक की त्रिज्या R और दूसरे की त्रिज्या $2R$ है | छोटे लूप में धारा I_1 वामावर्त (anti-clockwise) दिशा में है एवं बड़े लूप में धारा I_2 दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा में है, जहाँ $I_2 > 2I_1$ है | xy-समतल के बिन्दु (x, y) पर चुम्बकीय क्षेत्र (magnetic field) $\vec{B}(x, y)$ से परिभाषित है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं) ?



(A) xy-समतल के प्रत्येक बिन्दु पर $\vec{B}\,(x, y)$, समतल के लम्बवत है

(B) $|\vec{B}\,(x, y)|$ की x तथा y पर निर्भरता केवल त्रिज्यक दूरी $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ पर निर्भर करती है

(C) $r < R$ वाले सभी बिन्दुओं पर $|\vec{B}\,(x, y)|$ शून्येतर (non-zero) है

(D) दोनों लूपों के मध्य के सभी बिन्दुओं पर $\vec{B}\,(x, y)$ की दिशा, xy-समतल के लम्बवत तथा बाहर की ओर (outward) है

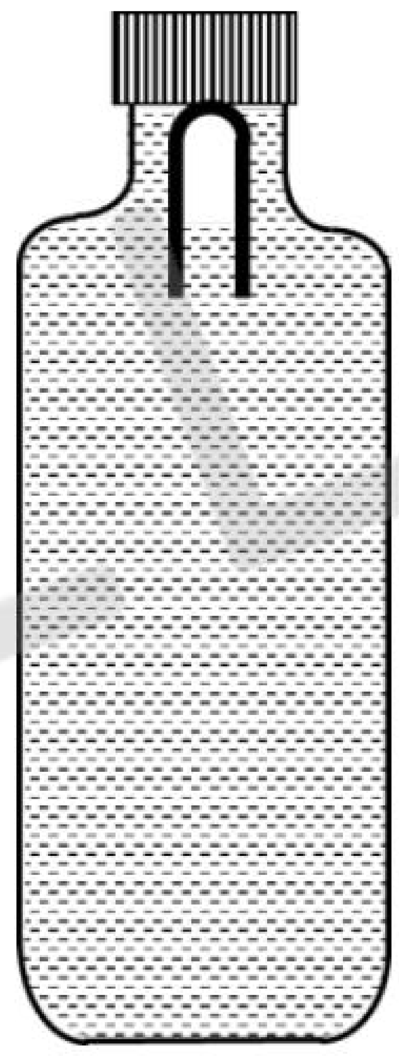
खंड 2

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न स्तम्भ (QUESTION STEM) हैं |
- प्रत्येक प्रश्न स्तम्भ से सम्बंधित **दो (02)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **संख्यात्मक मान** (**NUMERICAL VALUE**) है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर से संबंधित सही संख्यात्मक मान को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें |
- यदि संख्यात्मक मान में दो से अधिक दशमलव स्थान हैं, तो संख्यात्मक मान को दशमलव के **दो (02)** स्थानों तक **समेंटे/शून्यांत करें (truncate/round-off)** |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +2 यदि केवल सही संख्यात्मक मान (numerical value) को ही संबंधित स्थान में दर्ज़ किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

ZOLLEGE.in

प्रश्न 7 और 8 के लिए प्रश्न स्तम्भ

1 gm/cc घनत्व वाले पानी से भरी एक नरम प्लास्टिक बोतल में काँच की एक परखनली (test tube) उल्टी रखी हुई है (चित्र देखें) | परखनली के अन्दर कुछ वायु (आदर्श गैस) फंसी हुई है। मोटे काँच से बनी परखनली का द्रव्यमान 5 gm है और काँच का घनत्व $\rho = 2.5$ gm/cc है | आरंभ में बोतल को वायुमंडलीय दाब $p_0 = 10^5$ Pa पर बंद किया जाता है जिससे परखनली में फंसी वायु का आयतन $v_0 = 3.3$ cc है। जब नियत (constant) तापमान पर बोतल को बाहर से दबाया जाता है तो उसके अन्दर का दाब बढ़ जाता है और परखनली में प्रग्रहित (trapped) वायु का आयतन कम हो जाता है | यह पाया जाता है कि दाब $p_0 + \Delta p$ पर परखनली बिना अभिविन्यास परिवर्तन के (without changing orientation) डूबने लगती है और इसमें प्रग्रहित वायु का आयतन $v_0 - \Delta v$ हो जाता है | मान लीजिए $\Delta v = X$ cc और $\Delta p = Y \times 10^3$ Pa है |



Q.7 X का मान ____ है |

Q.8 Y का मान ____ है |

ZOLLEGE.in

प्रश्न 9 और 10 के लिए प्रश्न स्तम्भ

एक लोलक (pendulum), द्रव्यमान $m = 0.1$ kg के एक गोलक (bob) और लम्बाई $L = 1.0$ m के एक द्रव्यमानरहित (massless) तथा न खींचने वाले (inextensible) धागे से बना है | यह एक घर्षणहीन क्षैतिज फर्श (floor) से $H = 0.9\ m$ की ऊँचाई पर एक स्थिर बिंदु से लटका हुआ है। आरंभ में गोलक, फर्श पर निलंबन बिन्दु (point of suspension) के ठीक उर्ध्वाधर नीचे स्थिरावस्था में है। किसी क्षण, गोलक को $P = 0.2$ kg-m/s का एक क्षैतिज आवेग (impulse) प्रदान किया जाता है। इस कारण कुछ दूरी तक फिसलने के बाद, गोलक सतह से ऊपर उठ जाता है और धागा तन जाता है (becomes taut)। गोलक के सतह से उठने के तुरंत पहले, निलंबन बिन्दु के सापेक्ष, लोलक का कोणीय संवेग (angular momentum) J kg-m^2/s है। सतह से उठने के तुरंत बाद लोलक की गतिज ऊर्जा K Joules है।

Q.9 J का मान ____ है |

Q.10 K का मान ____ है |

ZOLLEGE.in

प्रश्न 11 और 12 के लिए प्रश्न स्तम्भ

एक परिपथ (circuit) में C μF धारिता (capacitance) के एक संधारित्र (capacitor) और धातु से बने एक तंतु लैंप (filament lamp) को श्रेणीक्रम में (in series) एक 200 V, 50 Hz के एक आपूर्ति स्रोत से जोड़ा गया है। तंतु लैंप में 500 W बिजली की खपत होती है, जब लैंप में विभवपात (voltage drop) 100 V है | मान लें कि इस परिपथ में कोई प्रेरकीय भार (inductive load) नहीं है | दिए गए विभवों के मान वर्ग माध्य मूल (rms) में लें | धारा और आपूर्ति वोल्टता (supply voltage) के बीच कला–कोण (phase-angle) का परिमाण φ अंश (degree) है | मान लीजिए $\pi\sqrt{3} \approx 5$ |

Q.11 C का मान ____ है |

Q.12 φ का मान ____ है |

ZOLLEGE.in

प्रश्न संग्रह: खंड 3

- इस खंड में **दो (02) अनुच्छेद** हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित **दो (02)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

  पूर्ण अंक : $+3$ यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |

  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|

  ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

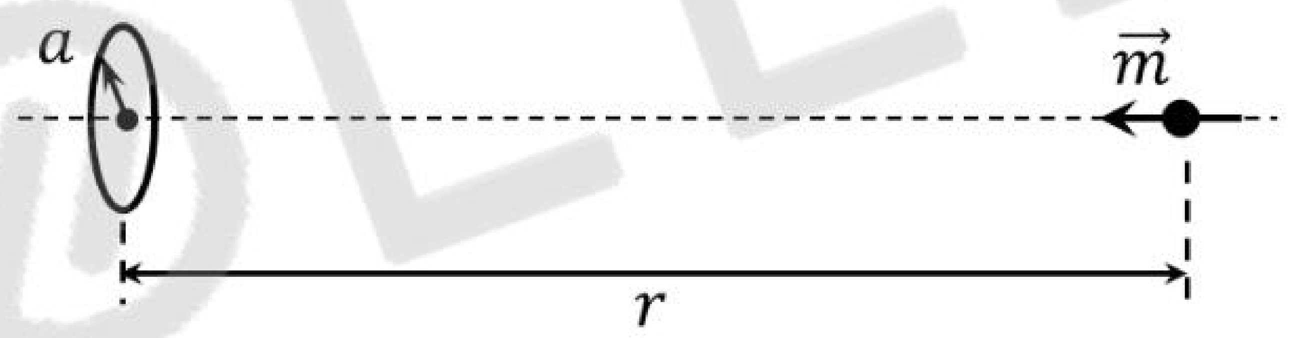
ZOLLEGE.in

ZOLLEGE.in

अनुच्छेद 1

एक विशिष्ट धातु S बिना किसी प्रतिरोध के विद्युत् धारा का चालन करती है | धातु S से बने तार का एक बंद लूप (loop) अपने अन्दर के चुम्बकीय फ्लक्स (magnetic flux) में परिवर्तन नहीं होने देता है | ऐसा लूप में एक उचित धारा प्रेरित होने से उत्पन्न प्रतिकारी (compensating) फ्लक्स द्वारा होता है | यह प्रेरित धारा शून्य प्रतिरोध के कारण क्षीण नहीं होती है | इस धारा के कारण एक चुम्बकीय आघूर्ण उत्पन्न होता है जो चुम्बकीय क्षेत्र या फ्लक्स के स्रोत को प्रतिकर्षित (repel) करता है | मान लीजिये, a त्रिज्या वाले एक ऐसे लूप का केन्द्र मूल बिंदु पर स्थित है | आघूर्ण m के एक चुम्बकीय द्विध्रुव को अनंत से लूप के अक्ष पर रखते हुये, लूप के केंद्र बिंदु से r ($\gg a$) दूरी पर स्थित एक बिन्दु पर लाया जाता है। लाते समय चुम्बकीय द्विध्रुव का उत्तरी ध्रुव सदैव लूप के केंद्र की दिशा में रहता है, जैसा कि नीचे दिये चित्र में दर्शाया गया है |

एक द्विध्रुव m से r दूरी पर उसकी अक्ष पर उपस्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m}{r^3}$ होता है, जहाँ μ_0 मुक्त आकाश की चुम्बकशीलता (magnetic permeability) है | उभयनिष्ठ अक्ष (common axis) पर पारस्परिक दूरी r पर स्थित दो द्विध्रुवों, जिनके उत्तरी ध्रुव एक दूसरे की ओर हैं, के बीच चुम्बकीय बल का परिमाण $\frac{k\, m_1 m_2}{r^4}$ होता है, जहाँ k उचित विमाओं वाला एक नियतांक है | इस बल की दिशा, दोनों द्विध्रुवों से गुजरने वाली रेखा की दिशा में है |



Q.13 जब चुम्बकीय आघूर्ण m को लूप के केंद्र से r दूरी पर रखा जाता है (जैसा कि ऊपर के चित्र में दर्शाया गया है), तब लूप में प्रेरित धारा का मान निम्न में किसके समानुपाती होगा?

(A) m/r^3 (B) m^2/r^2 (C) m/r^2 (D) m^2/r

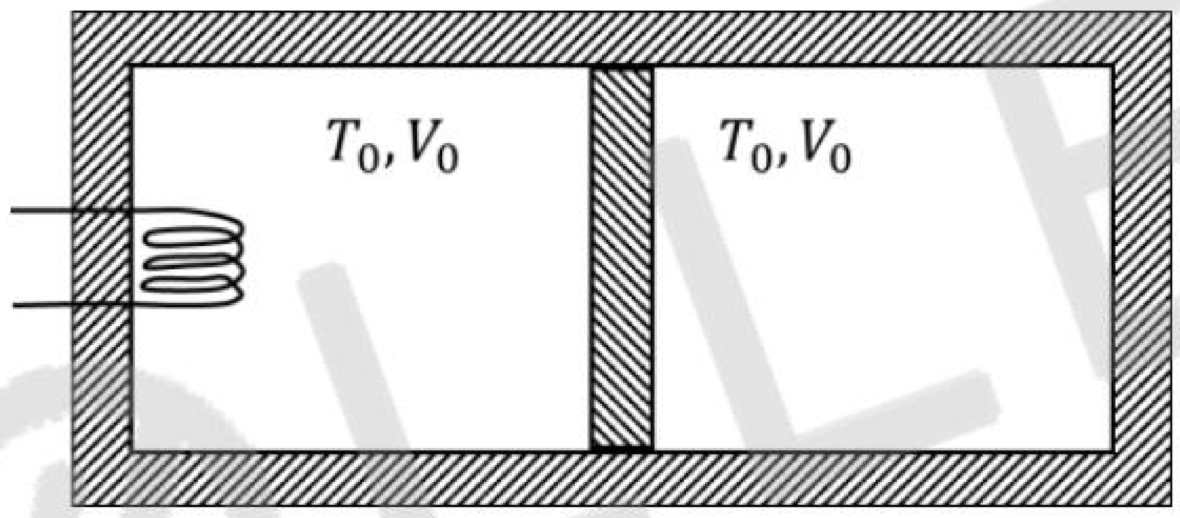
Q.14 ऊपर दिए गये प्रक्रम द्वारा चुम्बकीय आघूर्ण m को अनंत से लूप के केंद्र से r दूरी पर लाने में किए गए कार्य का मान निम्न में किसके समानुपाती होगा?

ZOLLEGE.in

(A) m/r^5 (B) m^2/r^5 (C) m^2/r^6 (D) m^2/r^7

अनुच्छेद 2

एक ऊष्मारोधी (thermally insulating) बेलन के मध्य में एक घर्षणहीन चलायमान (frictionless movable) तथा ऊष्मारोधी द्विभाजक (partition), चित्रानुसार, लगा है। इसके दोनों भागों में एक–एक मोल (mole) आदर्श गैस हैं, जिसकी स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा $C_V = 2R$ है। यहाँ, R गैस नियतांक है। आरम्भ में, दोनों भागों का आयतन V_0 तथा तापमान T_0 है। बाएं भाग में एक विद्युत् हीटर लगा है, जिसको बहुत कम शक्ति (very low power) पर चलाकर बायीं तरफ की गैस को Q ऊष्मा दी जाती है। इससे द्विभाजक, धीमी गति से दायीं तरफ जाता है जिससे दायीं तरफ का आयतन घटकर $V_0/2$ हो जाता है। इसके फलस्वरूप बायीं एवं दायीं भागों में गैस का तापमान, क्रमशः, T_L तथा T_R हो जाता है। हीटर, बेलन तथा द्विभाजक के तापमानों में परिवर्तन उपेक्षणीय हैं।



Q.15 $\frac{T_R}{T_0}$ का मान है

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) 3

Q.16 $\frac{Q}{R\,T_0}$ का मान है

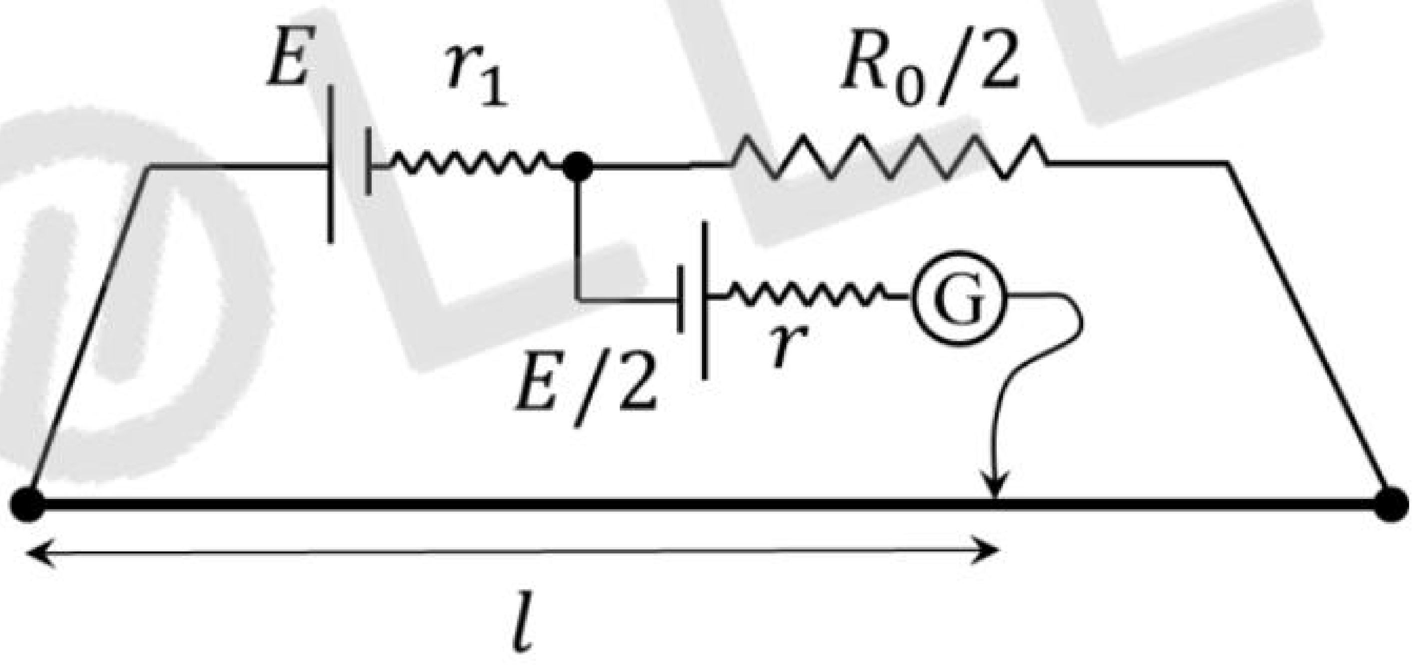
(A) $4(2\sqrt{2}+1)$ (B) $4(2\sqrt{2}-1)$ (C) $(5\sqrt{2}+1)$ (D) $(5\sqrt{2}-1)$

ZOLLEGE.in

खंड 4

- इस खंड में **तीन (03)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER) है |**
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  - पूर्ण अंक : +4 यदि क़ेवल सही पूर्णांक (integer) ही दर्ज़ किया गया है |
  - शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.17 वि० वा० ब० (emf) E के एक सेल के आतंरिक प्रतिरोध r_1 को मापने के लिए $R_0 = 50\ \Omega$ प्रतिरोध के तार वाले एक मीटर ब्रिज, एक $R_0/2$ प्रतिरोध, वि० वा० ब० $E/2$ (आतंरिक प्रतिरोध r) के एक अन्य सेल तथा एक धारामापी (Galvanometer) G को चित्रानुसार प्रयोग करते हैं। यदि धारामापी में शून्य बिन्दु को मीटर ब्रिज पर $l = 72$ cm पर पाया जाता है, तब r_1 का मान ___ Ω होगा।



Q.18 द्रव्यमान $3M_S$ तथा $6M_S$ के दो तारों (stars) के मध्य की दूरी $9R$ है। यहाँ R पृथ्वी व सूर्य के केन्द्रों के मध्य की दूरी है एवं M_S सूर्य का द्रव्यमान है| दोनों तारे अपने कॉमन द्रव्यमान केन्द्र (common center of mass) के परितः nT आवर्तकाल (time period) की वृत्ताकार कक्षाओं में घूमते हैं, जहाँ T पृथ्वी द्वारा सूर्य के परिक्रमा में लगने वाला समय है। n का मान ___ होगा।

ZOLLEGE.in

Q.19 प्रकाश विद्युत् प्रभाव (photoelectric effect) के एक प्रयोग में धातु P, Q एवं R से उत्सर्जित फोटो-इलेक्ट्रानों की अधिकतम गतिज ऊर्जाओं (kinetic energies) के बीच का सम्बन्ध $E_P = 2E_Q = 2E_R$ है। इस प्रयोग में P एवं Q के लिए एकवर्णी (monochromatic) प्रकाश स्रोत तथा R के लिए एक अन्य एकवर्णी प्रकाश स्रोत का उपयोग किया जाता है। P, Q एवं R के कार्य फलनों (work functions) के मान क्रमशः 4.0 eV, 4.5 eV तथा 5.5 eV हैं। धातु R पर आपतित (incident) प्रकाश के फोटान की ऊर्जा (eV में) ____ होगी।

END OF THE QUESTION PAPER

ZOLLEGE.in