M-2023

Subject : MATHEMATICS

(Booklet Number)

Duration : **2** Hours Full Marks : **100**

INSTRUCTIONS

1. All questions are of objective type having four answer options for each.
2. Category-**1**: Carries **1** mark each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ mark will be deducted.
3. Category-**2**: Carries **2** marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.
4. Category-**3**: Carries **2** marks each and one or more option(s) is/are correct. If all correct answers are not marked and no incorrect answer is marked, then score = 2 × number of correct answers marked ÷ actual number of correct answers. If any wrong option is marked or if any combination including a wrong option is marked, the answer will be considered wrong, but there is **no negative marking** for the same and zero mark will be awarded.
5. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble marked A, B, C, or D.
6. Use only **Black/Blue ink ball point pen** to mark the answer by filling up of the respective bubbles completely.
7. Write Question Booklet number and your roll number carefully in the specified locations of the OMR Sheet. Also fill appropriate bubbles.
8. Write your name (in block letter), name of the examination center and put your signature (as is appeared in Admit Card) in appropriate boxes in the **OMR Sheet**.
9. The OMR Sheet is liable to become invalid if there is any mistake in filling the correct bubbles for Question Booklet number/roll number or if there is any discrepancy in the name/ signature of the candidate, name of the examination center. The OMR Sheet may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage to it. The consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be the sole responsibility of candidate.
10. Candidates are not allowed to carry any written or printed material, calculator, pen, log-table, wristwatch, any communication device like mobile phones, bluetooth device etc. inside the examination hall. Any candidate found with such prohibited items will be **reported against** and his/her candidature will be summarily cancelled.
11. Rough work must be done on the Question Booklet itself. Additional blank pages are given in the Question Booklet for rough work.
12. Hand over the OMR Sheet to the invigilator before leaving the Examination Hall.
13. This Booklet contains questions in both English and Bengali. Necessary care and precaution were taken while framing the Bengali version. However, if any discrepancy(ies) is /are found between the two versions, the information provided in the English version will stand and will be treated as final.
14. Candidates are allowed to take the Question Booklet after examination is over.

Signature of the Candidate : ________________________________
(as in Admit Card)

Signature of the Invigilator : ________________________________

ZOLLEGE

SPACE FOR ROUGH WORK

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZØLLEGE

MATHEMATICS

Category-1 (Q. 1 to 50)

(Carry 1 mark each. Only one option is correct. Negative marks: −¼)

1. If the matrix M_r is given by $M_r = \begin{pmatrix} r & r-1 \\ r-1 & r \end{pmatrix}$ for r = 1, 2, 3, … then

$\det(M_1) + \det(M_2) + \ldots + \det(M_{2008}) =$

ম্যাট্রিক্স $M_r = \begin{pmatrix} r & r-1 \\ r-1 & r \end{pmatrix}$, r = 1, 2, 3, … দেওয়া আছে। সেক্ষেত্রে

$\det(M_1) + \det(M_2) + \ldots + \det(M_{2008}) =$

(A) 2007 (B) 2008 (C) $(2008)^2$ (D) $(2007)^2$

2. Let α, β be the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$, a, b, c real and $s_n = \alpha^n + \beta^n$ and

$\begin{vmatrix} 3 & 1+s_1 & 1+s_2 \\ 1+s_1 & 1+s_2 & 1+s_3 \\ 1+s_2 & 1+s_3 & 1+s_4 \end{vmatrix} = k\frac{(a+b+c)^2}{a^4}$ then k =

মনে কর, α, β সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$-এর দুটি বীজ, যেখানে a, b, c বাস্তব এবং

$s_n = \alpha^n + \beta^n$ ও $\begin{vmatrix} 3 & 1+s_1 & 1+s_2 \\ 1+s_1 & 1+s_2 & 1+s_3 \\ 1+s_2 & 1+s_3 & 1+s_4 \end{vmatrix} = k\frac{(a+b+c)^2}{a^4}$ তাহলে k =

(A) $b^2 - 4ac$ (B) $b^2 + 4ac$ (C) $b^2 + 2ac$ (D) $4ac - b^2$

3. Let $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 7 & 11 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix}$. Then

(A) det A is divisible by 11
(B) det A is not divisible by 11
(C) det A = 0
(D) A is orthogonal matrix

মনে কর, $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 7 & 11 \\ 5 & 4 & 8 \end{pmatrix}$। সেক্ষেত্রে

(A) det A, 11 দ্বারা বিভাজ্য
(B) det A, 11 দ্বারা বিভাজ্য নয়
(C) det A = 0
(D) A একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স

ZOLLEGE

4. Let X be a nonvoid set. If ρ_1 and ρ_2 be the transitive relations on X, then

(A) $\rho_1 \circ \rho_2$ is transitive relation
(B) $\rho_1 \circ \rho_2$ is not transitive relation
(C) $\rho_1 \circ \rho_2$ is equivalence relation
(D) $\rho_1 \circ \rho_2$ is not any relation on X

($\circ$ denotes the composition of relations)

মনে কর, X একটি অশূণ্য সেট। যদি ρ_1 ও ρ_2 X-এর সংজ্ঞাত সংক্রমণ সম্বন্ধ হয়, তবে

(A) $\rho_1 \circ \rho_2$ সংক্রমণ সম্বন্ধ

(B) $\rho_1 \circ \rho_2$ সংক্রমণ সম্বন্ধ নয়

(C) $\rho_1 \circ \rho_2$ সমতুল্যতা সম্বন্ধ

(D) $\rho_1 \circ \rho_2$, X-এর কোনো সম্বন্ধ সংজ্ঞাত করে না

($\circ$ সংযোজক সম্বন্ধ বোঝায়)

5. Let A and B are two independent events. The probability that both A and B happen is $\frac{1}{12}$ and probability that neither A nor B happen is $\frac{1}{2}$. Then

মনে কর, A ও B পরস্পর নির্ভরশীল নয় এমন দুটি ঘটনা। A ও B উভয়েই ঘটবে এমন সম্ভাবনা হল $\frac{1}{12}$ এবং A ও B -এর কেউই হবে না এমন সম্ভাবনা হল $\frac{1}{2}$ । সেক্ষেত্রে

(A) $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$
(B) $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{6}$
(C) $P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{2}$
(D) $P(A) = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{1}{8}$

6. Let A, B, C are subsets of set X. Then consider the validity of the following set theoretic statement :

মনে কর, A, B, C সেট X-এর উপসেট। সেক্ষেত্রে নিম্নলিখিত সেটতাত্ত্বিক বিবৃতিগুলির যথার্থতা নির্ণয় কর :

(A) $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (A \cup C)$
(B) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$
(C) $(A \cup B) \setminus A = A \setminus B$
(D) $A \setminus C = B \setminus C$

ZOLLEGE

7. If $\frac{1}{6}$ sin θ, cos θ, tan θ are in G.P, then the solution set of θ is

যদি $\frac{1}{6}$ sin θ, cos θ, tan θ সমান্তর প্রগতিতে থাকে তবে θ-এর সমাধান রাশি হবে

(A) $2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (B) $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (C) $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3}$ (D) $n\pi + \frac{\pi}{3}$

(Here/এখানে $n \in \mathbb{N}$)

8. The equation $r^2 \cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$ represents

(A) a parabola (B) a hyperbola

(C) a circle (D) a pair of straight lines

$r^2 \cos^2\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$ সূচিত করে

(A) একটি অধিবৃত্ত (B) একটি পরাবৃত্ত

(C) একটি বৃত্ত (D) সরলরেখা যুগল

9. Let S be the sample space of the random experiment of throwing simultaneously two unbiased dice and $E_k = \{(a, b) \in S : ab = k\}$. If $p_k = P(E_k)$, then the correct among the following is :

দুটি টালহীন ছক্কা গড়িয়ে দেওয়া হল। S ঘটনা সমূহের নমুনা ক্ষেত্র এবং $E_k = \{(a, b) \in S : ab = k\}$। যদি $p_k = P(E_k)$ হয়, তবে নিম্নের সম্পর্কগুলির কোনটি ঠিক ?

(A) $p_1 < p_{10} < p_4$ (B) $p_2 < p_8 < p_{14}$

(C) $p_4 < p_8 < p_{17}$ (D) $p_2 < p_{16} < p_5$

ZOLLEGE

10. If $4a^2 + 9b^2 - c^2 + 12ab = 0$, then the family of straight lines $ax + by + c = 0$ is concurrent at

(A) (2, 3) or (–2, –3) (B) (–2, 3) or (2, 3)

(C) (3, 2) or (–3, 2) (D) (–3, 2) or (2, 3)

যদি $4a^2 + 9b^2 - c^2 + 12ab = 0$ হয়, তবে সরলরেখা পরিবার $ax + by + c = 0$ যে বিন্দুতে সমবিন্দু হবে তা হ’ল,

(A) (2, 3) অথবা (–2, –3) (B) (–2, 3) অথবা (2, 3)

(C) (3, 2) অথবা (–3, 2) (D) (–3, 2) অথবা (2, 3)

11. The straight lines $x + 2y - 9 = 0$, $3x + 5y - 5 = 0$ and $ax + by - 1 = 0$ are concurrent if the straight line $35x - 22y + 1 = 0$ passes through the point

$x + 2y - 9 = 0$, $3x + 5y - 5 = 0$ ও $ax + by - 1 = 0$ সরলরেখাত্রয় সমবিন্দু হবে, যদি $35x - 22y + 1 = 0$ সরলরেখাটি যে বিন্দুগামী হয়,

(A) (–a, –b) (B) (a, – b)

(C) (–a, b) (D) (a, b)

12. Let A be the point (0, 4) in the xy-plane and let B be the point (2t, 0). Let L be the midpoint of AB and let the perpendicular bisector of AB meet the y-axis M. Let N be the midpoint of LM. Then locus of N is

(A) a circle (B) a parabola

(C) a straight line (D) a hyperbola

xy-তলে A(0, 4) এবং B(2t, 0)। মনে কর, L, AB-এর মধ্যবিন্দু এবং মনে কর, AB-এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক y-অক্ষকে M বিন্দুতে ছেদ করে। মনে কর, N, LM-এর মধ্যবিন্দু। সেক্ষেত্রে N-এর সঞ্চারপথ হবে

(A) একটি বৃত্ত (B) একটি অধিবৃত্ত

(C) একটি সরলরেখা (D) একটি পরাবৃত্ত

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

13. Let O be the vertex, Q be any point on the parabola $x^2 = 8y$. If the point P divides the line segment OQ internally in the ratio 1 : 3, then the locus of P is

মনে কর, অধিবৃত্ত $x^2 = 8y$ -এর শীর্ষবিন্দু হল O এবং Q অধিবৃত্তের উপরিস্থ কোন একটি বিন্দু। যদি P বিন্দু OQ রেখাংশকে 1 : 3 অনুপাতে অর্ন্তবিভক্ত করে তবে P-এর সঞ্চারপথ হবে

(A) $x^2 = y$ (B) $y^2 = x$ (C) $y^2 = 2x$ (D) $x^2 = 2y$

14. The tangent at point $(a \cos \theta, b \sin \theta)$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, to the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ meets the x-axis at T and y-axis at T_1. Then the value of $\min_{0<\theta<\frac{\pi}{2}} (OT)(OT_1)$ is

উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ -এর $(a \cos \theta, b \sin \theta)$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক x-অক্ষকে T বিন্দুতে ও y-অক্ষকে T_1 বিন্দুতে ছেদ করে। সেক্ষেত্রে $\min_{0<\theta<\frac{\pi}{2}} (OT)(OT_1)$ এর মান হবে

(A) ab (B) 2ab (C) 0 (D) 1

15. ABC is an isosceles triangle with an inscribed circle with centre O. Let P be the midpoint of BC. If AB = AC = 15 and BC = 10, then OP equals

(A) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ unit (B) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ unit

(C) $2\sqrt{5}$ unit (D) $5\sqrt{2}$ unit

ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, যার একটি অন্তঃবৃত্ত বর্তমান ও ঐ বৃত্তের কেন্দ্র O। মনে কর, P, BC এর মধ্যবিন্দু। যদি AB = AC = 15 একক হয় ও BC = 10 একক হয়, তবে OP হবে

(A) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ একক (B) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ একক

(C) $2\sqrt{5}$ একক (D) $5\sqrt{2}$ একক

ZOLLEGE

16. If the lines joining the focii of the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$ where a > b, and an extremity of its minor axis is inclined at an angle 60°, then the eccentricity of the ellipse is

উপবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, a > b -এর নাভিদ্বয় ও উপবৃত্তটির উপাক্ষের একটি প্রান্তবিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখা 60° কোণে নত হলে, উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রতা হবে

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

17. If the distance between the plane $\alpha x - 2y + z = k$ and the plane containing the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ is $\sqrt{6}$, then | k | is

তল $\alpha x - 2y + z = k$ ও $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ ও $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ সরলরেখাদ্বয়ের ধারক তলের মধ্যেকার দূরত্ব $\sqrt{6}$ একক হলে | k | হবে

(A) 36 (B) 12 (C) 6 (D) $2\sqrt{3}$

18. Let A(2 sec θ, 3 tan θ) and B(2 sec ϕ, 3 tan ϕ) where $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ be two points on the hyperbola $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9} = 1$. If (α, β) is the point of intersection of normals to the hyperbola at A and B, then β is equal to

মনে কর, A(2 sec θ, 3 tan θ) ও B(2 sec ϕ, 3 tan ϕ), $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ পরাবৃত্ত $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9} = 1$-এর উপরিস্থ দুটি বিন্দু। ঐ A & B দুই বিন্দুতে অঙ্কিত অভিলম্বদ্বয়ের ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (α, β) হলে β হবে

(A) $\frac{12}{3}$ (B) $\frac{13}{3}$ (C) $-\frac{12}{3}$ (D) $-\frac{13}{3}$

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

19. Let $f(x) = [x^2] \sin \pi x, x > 0$. Then

(A) f is discontinuous everywhere.

(B) f is continuous everywhere.

(C) f is continuous at only those points which are perfect squares.

(D) f is continuous at only those points which are not perfect squares.

মনে কর, $f(x) = [x^2] \sin \pi x, x > 0$ সেক্ষেত্রে,

(A) f সর্বত্রই অসন্তত

(B) f সর্বত্রই সন্তত

(C) যেসব বিন্দু পূর্ণবর্গ, কেবলমাত্র সেইসব বিন্দুতেই f সন্তত হবে

(D) যেসব বিন্দু পূর্ণবর্গ নয়, কেবলমাত্র সেইসব বিন্দুতেই f সন্তত হবে

20. If $y = \log^n x$, where $\log^n$ means $\log_e \log_e \log_e \ldots$ (repeated n times), then

$x \log x \log^2 x \log^3 x \ldots.. \log^{n-1} x \log^n x \dfrac{dy}{dx}$ is equal to

$\log^n$ বলতে $\log_e \log_e \log_e \ldots$ (n-সংখ্যক পদ পর্যন্ত) বোঝায়। যদি $y = \log^n x$ হয়, তবে

$x \log x \log^2 x \log^3 x \ldots.. \log^{n-1} x \log^n x \dfrac{dy}{dx}$ -এর মান হবে

(A) $\log x$ (B) x (C) 1 (D) $\log^n x$

21. The angle between a normal to the plane $2x - y + 2z - 1 = 0$ and the X-axis is

X-অক্ষ এবং $2x - y + 2z - 1 = 0$ -তলের অভিলম্বের মধ্যেকার কোণ হবে

(A) $\cos^{-1} \dfrac{2}{3}$ (B) $\cos^{-1} \dfrac{1}{5}$ (C) $\cos^{-1} \dfrac{3}{4}$ (D) $\cos^{-1} \dfrac{1}{3}$

ZOLLEGE

22. $\lim\limits_{x \to \infty} \left\{x - \sqrt[n]{(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)}\right\}$ where $a_1, a_2, \ldots, a_n$ are positive rational numbers. The limit

(A) does not exist

(B) is $\dfrac{a_1 + a_2 + \ldots a_n}{n}$

(C) is $\sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$

(D) is $\dfrac{n}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \left\{x - \sqrt[n]{(x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)}\right\}$ যেখানে $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ধনাত্মক মূলদ সংখ্যা, সীমা হল

(A) সীমাটির অস্তিত্ব নেই

(B) হবে $\dfrac{a_1 + a_2 + \ldots a_n}{n}$

(C) হবে $\sqrt[n]{a_1 a_2 \ldots a_n}$

(D) হবে $\dfrac{n}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}$

23. Suppose $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be given by $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x = 1 \\ e^{(x^{10}-1)} + (x-1)^2 \sin \dfrac{1}{x-1}, & \text{if } x \neq 1 \end{cases}$ then

(A) $f'(1)$ does not exist

(B) $f'(1)$ exists and is zero

(C) $f'(1)$ exist and is 9

(D) $f'(1)$ exists and is 10

মনে কর, $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ নিম্নভাবে সংজ্ঞাত আছে $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x = 1 \\ e^{(x^{10}-1)} + (x-1)^2 \sin \dfrac{1}{x-1}, & \text{if } x \neq 1 \end{cases}$ তাহলে

(A) $f'(1)$-এর অস্তিত্ব নেই

(B) $f'(1)$-এর অস্তিত্ব আছে ও মান হবে 0

(C) $f'(1)$ -এর অস্তিত্ব আছে ও মান হবে 9

(D) $f'(1)$-এর অস্তিত্ব আছে ও মান হবে 10

ZOLLEGE

24. f(x) is a differentiable function and given $f'(2) = 6$ and $f'(1) = 4$, then

$$L = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+2h+h^2)-f(2)}{f(1+h-h^2)-f(1)}$$

(A) does not exist
(B) equal to –3
(C) equal to 3
(D) equal to 3/2

f(x) একটি অবকলন যোগ্য অপেক্ষক এবং $f'(2) = 6$, $f'(1) = 4$ দেওয়া আছে।

সেক্ষেত্রে, $L = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+2h+h^2)-f(2)}{f(1+h-h^2)-f(1)}$

(A) এর অস্তিত্ব নেই
(B) –3 এর সঙ্গে সমান
(C) 3 এর সঙ্গে সমান
(D) 3/2 এর সঙ্গে সমান

25. Let $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log_e\left(\frac{x}{n}\right)^n$, then $Ay_2 + By_1 + Cy = 0$ is possible for

মনে কর, $\cos^{-1}\left(\frac{y}{b}\right) = \log_e\left(\frac{x}{n}\right)^n$। সেক্ষেত্রে $Ay_2 + By_1 + Cy = 0$ সম্ভব যখন

where/ যেখানে $y_2 = \frac{d^2y}{dx^2}$, $y_1 = \frac{dy}{dx}$

(A) $A = 2, B = x^2, C = n$
(B) $A = x^2, B = x, C = n^2$
(C) $A = x, B = 2x, C = 3n + 1$
(D) $A = x^2, B = 3x, C = 2n$

26. Let $f: [1, 3] \to \mathbb{R}$ be continuous and be derivable in (1, 3) and $f'(x) = [f(x)]^2 + 4\ \forall x \in (1, 3)$. Then

(A) $f(3) - f(1) = 5$ holds
(B) $f(3) - f(1) = 5$ does not hold
(C) $f(3) - f(1) = 3$ holds
(D) $f(3) - f(1) = 4$ holds

মনে কর, $f: [1, 3] \to \mathbb{R}$ অপেক্ষকটি [1, 3] অন্তরালে সন্তত ও (1, 3) তে অবকলনক্ষেত্র অপেক্ষক।

$f'(x) = [f(x)]^2 + 4$ সকল $x \in (1, 3)$-এর জন্য। সেক্ষেত্রে,

(A) $f(3) - f(1) = 5$ যথার্থ
(B) $f(3) - f(1) = 5$ যথার্থ নয়
(C) $f(3) - f(1) = 3$ যথার্থ
(D) $f(3) - f(1) = 4$ যথার্থ

ZOLLEGE

27. If $\int \frac{dx}{(x+1)(x-2)(x-3)} = \frac{1}{k}\log_e \left\{\frac{|x-3|^3|x+1|}{(x-2)^4}\right\} + c$, then the value of k is

যদি $\int \frac{dx}{(x+1)(x-2)(x-3)} = \frac{1}{k}\log_e \left\{\frac{|x-3|^3|x+1|}{(x-2)^4}\right\} + c$ হয়, তবে k-এর মান হবে

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

28. The expression $\frac{\int_0^n [x]\,dx}{\int_0^n \{x\}\,dx}$, where $[x]$ and $\{x\}$ are respectively integral and fractional part of x and $n \in \mathbb{N}$, is equal to

$\frac{\int_0^n [x]\,dx}{\int_0^n \{x\}\,dx}$ -এর মান হবে (এখানে $[x]$ ও $\{x\}$ বলিতে x-এর যথাক্রমে পূর্ণসংখ্যা মান ও অংশমান বুঝাইবে) এবং $n \in \mathbb{N}$,

(A) $\frac{1}{n-1}$ (B) $\frac{1}{n}$ (C) n (D) n – 1

29. If $I = \int \frac{x^2 dx}{(x\sin x + \cos x)^2} = f(x) + \tan x + c$, then $f(x)$ is

যদি $I = \int \frac{x^2 dx}{(x\sin x + \cos x)^2} = f(x) + \tan x + c$ হয়, তবে $f(x)$ হবে

(A) $\frac{\sin x}{x\sin x + \cos x}$ (B) $\frac{1}{(x\sin x + \cos x)^2}$

(C) $\frac{-x}{\cos x\,(x\sin x + \cos x)}$ (D) $\frac{1}{\sin x\,(x\cos x + \sin x)}$

ZOLLEGE

30. If $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \cos nx dx$, then $I_1, I_2, I_3 \ldots$ are in

(A) A.P. (B) G.P.

(C) H.P. (D) no such relation

যদি $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x \cos nx dx$, তাহলে $I_1, I_2, I_3 \ldots$

(A) সমান্তর প্রগতিতে থাকবে, (B) গুণোত্তর প্রগতিতে থাকবে,

(C) বিপরীত প্রগতিতে থাকবে, (D) এমন কোনো সম্পর্ক থাকবে না

31. If $y = \dfrac{x}{\log_e |cx|}$ is the solution of the differential equation $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \phi\left(\dfrac{x}{y}\right)$, then $\phi\left(\dfrac{x}{y}\right)$ is given by

$\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \phi\left(\dfrac{x}{y}\right)$ অন্তরকল সমীকরণের সমাধান $y = \dfrac{x}{\log_e |cx|}$ হলে, $\phi\left(\dfrac{x}{y}\right)$ হবে

(A) $\dfrac{y^2}{x^2}$ (B) $-\dfrac{y^2}{x^2}$ (C) $\dfrac{x^2}{y^2}$ (D) $-\dfrac{x^2}{y^2}$

32. The value of $\int_0^{1/2} \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^{2n}}}$ is $(n \in \mathbb{N})$

(A) less than or equal to $\dfrac{\pi}{6}$ (B) greater than or equal to 1

(C) less than $\dfrac{1}{2}$ (D) greater than $\dfrac{\pi}{6}$

$\int_0^{1/2} \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^{2n}}}$ $(n \in \mathbb{N})$-এর মান

(A) $\dfrac{\pi}{6}$-এর চেয়ে ছোট বা সমান (B) 1-এর চেয়ে বড়ো বা সমান

(C) $\dfrac{1}{2}$-এর চেয়ে ছোট (D) $\dfrac{\pi}{6}$-এর চেয়ে বড়ো

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

33. The function $y = e^{kx}$ satisfies $\left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{dy}{dx} - y\right) = y\frac{dy}{dx}$. It is valid for

(A) exactly one value of k.

(B) two distinct values of k.

(C) three distinct values of k.

(D) infinitely many values of k.

অপেক্ষক $y = e^{kx}$, $\left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{dy}{dx} - y\right) = y\frac{dy}{dx}$ -কে সিদ্ধ করে। এটি বৈধ হবে

(A) k-এর একটি মাত্র মানের জন্য

(B) k-এর দুটি পৃথক পৃথক মানের জন্য

(C) k-এর তিনটি পৃথক পৃথক মানের জন্য

(D) k-এর অসীম সংখ্যক মানের জন্য

34. Given $\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$. Changing the independent variable x to z by the substitution $z = \log \tan \frac{x}{2}$, the equation is changed to

$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$। স্বাধীন চলরাশি x-এর বদলে $z = \log \tan \frac{x}{2}$ হলে, সমীকরণটি পরিবর্তিত হবে

(A) $\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{3}{y} = 0$

(B) $2\frac{d^2y}{dz^2} + e^y = 0$

(C) $\frac{d^2y}{dz^2} - 4y = 0$

(D) $\frac{d^2y}{dz^2} + 4y = 0$

ZOLLEGE

35. A missile is fired from the ground level rises x meters vertically upwards in t sec, where $x = 100t - \frac{25}{2}t^2$. The maximum height reached is

ভূমি থেকে একটি ক্ষেপণাস্ত্র উল্লম্বভাবে উৎক্ষিপ্ত হয়, যেটি t সেকেন্ডে x মিটার পথ অতিক্রম করে যেখানে $x = 100t - \frac{25}{2}t^2$। ক্ষেপণাস্ত্রটি যে সর্বোচ্চ উচ্চতা পরিক্রম করে তার পরিমাপ

(A) 100 m (B) 300 m (C) 200 m (D) 125 m

36. If a hyperbola passes through the point $P(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ and has foci at (± 2, 0), then the tangent to this hyperbola at P is

$P(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ বিন্দুগামী একটি পরাবৃত্তের নাভিদ্বয় (± 2, 0) হলে, P বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের সমীকরণ হল

(A) $y = x\sqrt{6} - \sqrt{3}$ (B) $y = x\sqrt{3} - \sqrt{6}$

(C) $y = x\sqrt{6} + \sqrt{3}$ (D) $y = x\sqrt{3} + \sqrt{6}$

37. Let $f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 \le x \le 0 \\ -x, & 0 < x \le 1 \end{cases}$

(A) $f(x)$ is discontinuous in [–1, 1] and so has no maximum value or minimum value in [–1, 1].

(B) $f(x)$ is continuous in [–1, 1] and so has maximum value and minimum value.

(C) $f(x)$ is discontinuous in [–1, 1] but still has the maximum and minimum value.

(D) $f(x)$ is bounded in [–1, 1] and does not attain maximum or minimum value.

মনে কর, $f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 \le x \le 0 \\ -x, & 0 < x \le 1 \end{cases}$। সেক্ষেত্রে,

(A) $f(x)$, [–1, 1]-এ অসন্তত ও সেকারণে সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান পরিগ্রহ করে না

(B) $f(x)$, [–1,1]-এ সন্তত ও সেকারণে সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান পরিগ্রহ করে

(C) $f(x)$, [–1, 1] -এ অসন্তত কিন্তু তাসত্ত্বেও অপেক্ষকটি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান পরিগ্রহ করে

(D) $f(x)$, [–1,1] -এ সীমাবদ্ধ অপেক্ষক এবং সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান পরিগ্রহ করে না

ZOLLEGE

38. The average length of all vertical chords of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a \le x \le 2a$, is

পরাবৃত্ত $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a \le x \le 2a$। পরাবৃত্তের সকল উল্লম্ব জ্যা-এর গড় দৈর্ঘ্য হল

(A) $b\left\{2\sqrt{3} + ln(2+\sqrt{3})\right\}$

(B) $b\left\{3\sqrt{2} + ln(3+\sqrt{2})\right\}$

(C) $a\left\{2\sqrt{5} - ln(2+\sqrt{5})\right\}$

(D) $a\left\{5\sqrt{2} + ln(5+\sqrt{2})\right\}$

39. The value of 'a' for which the scalar triple product formed by the vectors

$\vec{\alpha} = \hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{\beta} = \hat{j} + a\hat{k}$ and $\vec{\gamma} = a\hat{i} + \hat{k}$ is maximum, is

$\vec{\alpha} = \hat{i} + a\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{\beta} = \hat{j} + a\hat{k}$, $\vec{\gamma} = a\hat{i} + \hat{k}$-এর scalar triple product সর্বোচ্চ হলে 'a' -এর মান হবে

(A) 3

(B) –3

(C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

40. A, B are fixed points with coordinates (0, a) and (0, b) ($a > 0$, $b > 0$). P is variable point (x, 0) referred to rectangular axis. If the angle $\angle APB$ is maximum, then

A ও B দুটি স্থির বিন্দু, তাদের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (0, a) ও (0, b) ($a > 0$, $b > 0$)। আয়তাকার অক্ষ ব্যবস্থায়, P একটি গতিশীল বিন্দু (x, 0) । যদি কোণ $\angle APB$ সর্বোচ্চ হয়, তবে

(A) $x^2 = ab$

(B) $x^2 = a + b$ \

(C) $x = \frac{1}{ab}$

(D) $x = \frac{a+b}{2}$

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

41. If 1, $\log_9(3^{1-x}+2)$, $\log_3(4.3^x-1)$ are in A.P, then x equals

1, $\log_9(3^{1-x}+2)$, $\log_3(4.3^x-1)$ সমান্তর প্রগতিতে থাকলে x এর মান হবে

(A) $\log_3 4$ (B) $1-\log_3 4$ (C) $1-\log_4 3$ (D) $\log_4 3$

42. Reflection of the line $\bar{a}z + a\bar{z} = 0$ in the real axis is given by

বাস্তব অক্ষে $\bar{a}z + a\bar{z} = 0$ রেখার প্রতিফলন হবে

(A) $az + \overline{az} = 0$ (B) $\bar{a}z - a\bar{z} = 0$ (C) $az - \overline{az} = 0$ (D) $\frac{a}{z} + \frac{\bar{a}}{\bar{z}} = 0$

43. If the vertices of a square are z_1, z_2, z_3 and z_4 taken in the anti-clockwise order, then z_3 =

ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিক নিরিখে একটি বর্গক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দু চতুষ্টয় যথাক্রমে z_1, z_2, z_3 ও z_4 হলে z_3 হবে

(A) $-iz_1 - (1+i)z_2$

(B) $z_1 - (1+i)z_2$

(C) $z_1 + (1+i)z_2$

(D) $-iz_1 + (1+i)z_2$

44. If the n terms $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ are in A.P. with increment r, then the difference between the mean of their squares & the square of their mean is

n সংখ্যক পদ $a_1, a_2, \ldots\ldots, a_n$ সমান্তর প্রগতিতে (A.P.) আছে, যেখানে সাধারণ অন্তর হল r। সেক্ষেত্রে সংখ্যাগুলির বর্গ সমূহের মধ্যক ও সংখ্যাগুলির মধ্যকের বর্গের অন্তর হল

(A) $\frac{r^2\{(n-1)^2-1\}}{12}$ (B) $\frac{r^2}{12}$ (C) $\frac{r^2(n^2-1)}{12}$ (D) $\frac{n^2-1}{12}$

ZOLLEGE

45. The number of ways in which the letters of the word 'VERTICAL' can be arranged without changing the order of the vowels is

'VERTICAL' শব্দটির স্বরবর্ণগুলির ক্রম পরিবর্তন না করে ঐ শব্দটির অক্ষরগুলিকে যতভাবে বিন্যস্ত করা যায়, তার সংখ্যা হল

(A) $6! \times 3!$ (B) $\frac{8!}{3}$

(C) $6! \times 3$ (D) $\frac{8!}{3!}$

46. n objects are distributed at random among n persons. The number of ways in which this can be done so that at least one of them will not get any object is

n সংখ্যক ব্যক্তির মধ্যে কমপক্ষে একজন কোন বস্তুই পাবেন না -এই শর্তাধীনে n সংখ্যক বস্তু যদৃচ্ছ ভাবে সমবেত ব্যক্তিদের মধ্যে বন্টন করা যাবে যে সংখ্যক পদ্ধতিতে, তা হল

(A) $n! - n$ (B) $n^n - n$

(C) $n^n - n^2$ (D) $n^n - n!$

47. If one root of $x^2 + px - q^2 = 0$, p and q are real, be less than 2 and other be greater than 2, then

$x^2 + px - q^2 = 0$ সমীকরণের (p ও q বাস্তব) একটি বীজ 2-র চেয়ে ছোটো ও অপরটি 2-র চেয়ে বড় হলে

(A) $4 + 2p + q^2 > 0$ (B) $4 + 2p + q^2 < 0$

(C) $4 + 2p - q^2 > 0$ (D) $4 + 2p - q^2 < 0$

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

48. Let A be a set containing n elements. A subset P of A is chosen, and the set A is reconstructed by replacing the elements of P. A subset Q of A is chosen again. The number of ways of choosing P and Q such that Q contains just one element more than P is

A একটি n সদস্য বিশিষ্ট সেট। P, A -এর একটি উপসেট গঠন করা হল। P উপসেটের সদস্যগুলি দিয়ে A সেটটি পুনরায় গঠন করা হল। Q, A এর আর একটি উপসেট গঠন করা হল। P ও Q যত রকম ভাবে গঠন করা যাবে যাতে Q-এর সদস্য সংখ্যা P-এর সদস্য সংখ্যার থেকে একটি বেশী হয় তার সংখ্যা হবে

(A) ${}^{2n}C_{n-1}$ (B) ${}^{2n}C_{n}$ (C) ${}^{2n}C_{n+2}$ (D) 2^{2n+1}

49. Let A and B are orthogonal matrices and det A + det B = 0. Then

(A) A + B is singular (B) A + B is non-singular

(C) A + B is orthogonal (D) A + B is skew symmetric

মনে কর, A ও B দুটি লম্ব ম্যাট্রিক্স এবং det A + det B = 0। সেক্ষেত্রে

(A) A + B বিশিষ্ট ম্যাট্রিক্স (B) A + B অবিশিষ্ট ম্যাট্রিক্স

(C) A + B একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স (D) A + B বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স

50. Let $P(n) = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ where $n \in \mathbb{N}$. Then

(A) P(n) is not divisible by any prime integer.

(B) there exists prime integer which divides P(n).

(C) P(n) is divisible by 5 for all $n \in \mathbb{N}$.

(D) P(n) is divisible by 3 for all $n \in \mathbb{N}$.

মনে কর, সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য $P(n) = 3^{2n+1} + 2^{n+2}$। সেক্ষেত্রে

(A) P(n) কোন মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয়

(B) এমন মৌলিক সংখ্যার অস্তিত্ব রয়েছে যার দ্বারা P(n) বিভাজ্য হবে

(C) সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য P(n), 5 দ্বারা বিভাজ্য হবে

(D) সকল $n \in \mathbb{N}$ এর জন্য P(n), 3 দ্বারা বিভাজ্য হবে

ZOLLEGE

Category-2 (Q. 51 to 65)

(Carry 2 marks each. Only one option is correct. Negative marks: −½)

51. Let ρ be a relation defined on set of natural numbers ℕ, as $\rho = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : 2x + y = 41\}$. Then domain A and range B are

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট ℕ-এ সম্পর্ক ρ সংজ্ঞাত আছে যে $\rho = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : 2x + y = 41\}$। সেক্ষেত্রে সংজ্ঞার অঞ্চল A ও X-এ বিস্তার B হল

(A) $A \subset \{x \in \mathbb{N} : 1 \le x \le 20\}$ and $B \subset \{y \in \mathbb{N} : 1 \le y \le 39\}$

(B) $A = \{x \in \mathbb{N} : 1 \le x \le 15\}$ and $B = \{y \in \mathbb{N} : 2 \le y \le 30\}$

(C) $A \equiv \mathbb{N}, B \equiv \mathbb{Q}$

(D) $A = \mathbb{Q}, B = \mathbb{Q}$

52. From the focus of the parabola $y^2 = 12x$, a ray of light is directed in a direction making an angle $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ with x-axis. Then the equation of the line along which the reflected ray leaves the parabola is

অধিবৃত্ত $y^2 = 12x$-এর নাভি থেকে একটি আলোকরশ্মি x-অক্ষের সঙ্গে $\tan^{-1} \frac{3}{4}$ কোণে নত অভিমুখে ধাবিত হয়। সেক্ষেত্রে প্রতিফলিত রশ্মি যে লাইন বরাবর অধিবৃত্ত ত্যাগ করে তাহার সমীকরণ হল

(A) $y = 2$ (B) $y = 18$ (C) $y = 9$ (D) $y = 36$

53. Let $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ and $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ be an orthogonal matrix such that $B = PAP^{-1}$ holds. Then

মনে কর, $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ও $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স (orthogonal matrix) এরূপ যে $B = PAP^{-1}$ সিদ্ধ করে। সেক্ষেত্রে

(A) $x = 1 = y$ (B) $x = 1, y = 0$

(C) $x = 0, y = 1$ (D) $x = -1, y = 0$

ZOLLEGE

54. The value of $\lim_{n \to \infty}\left[\left(\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{2^2\cdot 3}\right)+\left(\frac{1}{2^2\cdot 3^2}+\frac{1}{2^3\cdot 3^2}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n\cdot 3^n}+\frac{1}{2^{n+1}\cdot 3^n}\right)\right]$ is

$\lim_{n \to \infty}\left[\left(\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{2^2\cdot 3}\right)+\left(\frac{1}{2^2\cdot 3^2}+\frac{1}{2^3\cdot 3^2}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n\cdot 3^n}+\frac{1}{2^{n+1}\cdot 3^n}\right)\right]$ এর মান

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{3}{14}$ (D) $\frac{3}{16}$

55. The family of curves $y = e^{a \sin x}$, where 'a' is arbitrary constant, is represented by the differential equation

বক্ররেখা পরিবার $y = e^{a \sin x}$, 'a' - যদৃচ্ছ ধ্রুবক, যে অবকল সমীকরণ দ্বারা সংজ্ঞাত হবে সেটি হল

(A) $y \log y = \tan x \frac{dy}{dx}$

(B) $y \log x = \cot x \frac{dy}{dx}$

(C) $\log y = \tan x \frac{dy}{dx}$

(D) $\log y = \cot x \frac{dy}{dx}$

56. The locus of points (x, y) in the plane satisfying $\sin^2 x + \sin^2 y = 1$ consists of

(A) a circle centered at origin

(B) infinitely many circles that are all centered at the origin

(C) infinitely many lines with slope ± 1

(D) finitely many lines with slope ± 1

$\sin^2 x + \sin^2 y = 1$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে, এমন (x, y) তলস্থিত সকল বিন্দুর সঞ্চারপথ হল

(A) মূল বিন্দুতে কেন্দ্র এমন বৃত্ত

(B) মূল বিন্দুতে কেন্দ্র এমন অসীম সংখ্যক বৃত্ত

(C) নতি ± 1 সম্বলিত অসীম সংখ্যক রেখার পরিবার

(D) নতি ± 1 সম্বলিত সসীম সংখ্যক রেখার পরিবার

ZOLLEGE

57. If $x = \sin\theta$ and $y = \sin k\theta$, then $(1 - x^2)y_2 - xy_1 - \alpha y = 0$, for $\alpha =$

$x = \sin\theta$ ও $y = \sin k\theta$ প্রদত্ত। $(1 - x^2)y_2 - xy_1 - \alpha y = 0$ হলে, α-এর মান হবে

(A) k (B) $-k$ (C) $-k^2$ (D) k^2

58. In the interval $(-2\pi, 0)$, the function $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x^3}\right)$.

(A) never changes sign.

(B) changes sign only once.

(C) changes sign more than once but finitely many times.

(D) changes sign infinitely many times.

$(-2\pi, 0)$ অন্তরালে অপেক্ষক হল $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x^3}\right)$। অপেক্ষকটি

(A) কখনই চিহ্ন পরিবর্তন করে না

(B) মাত্র একবার চিহ্ন পরিবর্তন করে

(C) একবারের চেয়ে বেশি কিন্তু সসীম সংখ্যক বার চিহ্ন পরিবর্তন করে

(D) অসীম সংখ্যক বার চিহ্ন পরিবর্তন করে

59. $\int_0^{2\pi} \theta \sin^6\theta \cos\theta \, d\theta$ is equal to

$\int_0^{2\pi} \theta \sin^6\theta \cos\theta \, d\theta$-এর মান হল

(A) $\frac{\pi}{16}$ (B) $\frac{3\pi}{16}$ (C) $\frac{16\pi}{3}$ (D) 0

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

60. The average ordinate of $y = \sin x$ over $[0, \pi]$ is

$[0, \pi]$ -এর ওপরে $y = \sin x$ বক্ররেখার কোটি সমূহের দৈর্ঘ্যের গড় হল

(A) $\frac{2}{\pi}$

(B) $\frac{3}{\pi}$

(C) $\frac{4}{\pi}$

(D) π

61. The portion of the tangent to the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, $a > 0$ at any point of it, intercepted between the axes

(A) varies as abscissa

(B) varies as ordinate

(C) is constant

(D) varies as the product of abscissa and ordinate

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, $a > 0$ বক্ররেখার উপরিস্থ কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের যে অংশ অক্ষদ্বয়ের মধ্যে ছেদিত হয়, সেটি

(A) ভুজের সঙ্গে সরলভেদে আছে

(B) কোটির সঙ্গে সরলভেদে আছে

(C) ধ্রুবক

(D) ভুজ ও কোটির গুণফলের সঙ্গে সরলভেদে আছে

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

62. If the volume of the parallelopiped with $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ and $\vec{c} \times \vec{a}$ as coterminous edges is 9 cu. units, then the volume of the parallelopiped with $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})$, $(\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})$ and $(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ as coterminous edges is

(A) 9 cu. units (B) 729 cu. units

(C) 81 cu. units (D) 243 cu. units

9 ঘন একক আয়তন বিশিষ্ট একটি চতুস্থলকের সমপ্রান্তিক বাহুগুলি $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ এবং $\vec{c} \times \vec{a}$ ।
যে চতুস্থলকের সমপ্রান্তিক বাহুগুলি, $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})$, $(\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})$ এবং $(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ তার আয়তন হবে

(A) 9 ঘন একক (B) 729 ঘন একক

(C) 81 ঘন একক (D) 243 ঘন একক

63. Given $f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$. The global maximum value of $f(x)$

(A) does not exist.

(B) exists at a point in $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ and its value is $2e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$.

(C) exists at infinitely many points.

(D) exists at $x = 0$ only.

$f(x) = e^{\sin x} + e^{\cos x}$ অপেক্ষকের global সর্বোচ্চ মান

(A) -এর অস্তিত্ব নেই

(B) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$-অন্তরালে একটি বিন্দুতে অস্তিত্ব আছে এবং তার মান হল $2e^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

(C) অসীম সংখ্যক বিন্দুতে ঐ সর্বোচ্চ মান বিদ্যমান

(D) শুধুমাত্র $x = 0$ -তে অস্তিত্ব আছে

ZOLLEGE

64. Consider a quadratic equation $ax^2 + 2bx + c = 0$ where a, b, c are positive real numbers. If the equation has no real root, then which of the following is true ?

(A) a, b, c cannot be in A.P. or H.P. but can be in G.P.

(B) a, b, c cannot be in G.P. or H.P. but can be in A.P.

(C) a, b, c cannot be in A.P. or G.P. but can be in H.P.

(D) a, b, c cannot be in A.P., G.P. or H.P.

a, b, c- ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা হলে $ax^2 + 2bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণটি বিবেচনা কর। সমীকরণটির বীজগুলি বাস্তব না হলে, নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলির কোনটি সত্য :

(A) a, b, c, A.P. বা H.P. তে থাকবে না কিন্তু G.P. তে থাকতে পারে

(B) a, b, c, G.P. বা H.P. তে থাকবে না কিন্তু A.P. তে থাকতে পারে

(C) a, b, c, A.P. বা G.P. তে থাকবে না কিন্তু H.P. তে থাকতে পারে

(D) a, b, c, A.P., G.P. বা H.P. তে নেই

65. Let $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ be positive real numbers. Then the minimum value of $\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + ... + \frac{a_n}{a_1}$ is

মনে কর, $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা। সেক্ষেত্রে $\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + ... + \frac{a_n}{a_1}$ -এর সর্বনিম্ন মান হবে

(A) 1 (B) n (C) ${}^nC_2$ (D) 2

ZOLLEGE

Category-3 (Q. 66 to 75)

(Carry 2 marks each. One or more options are correct. No negative marks)

66. Let f be a strictly decreasing function defined on $\mathbb{R}$ such that $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Let $\dfrac{x^2}{f(a^2+5a+3)}+\dfrac{y^2}{f(a+15)}=1$ be an ellipse with major axis along the y-axis. The value of 'a' can lie in the interval (s)

f, $\mathbb{R}$–এ যথার্থ ক্রমহ্রাসমান অপেক্ষক ও $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$। $\dfrac{x^2}{f(a^2+5a+3)}+\dfrac{y^2}{f(a+15)}=1$ উপবৃত্তটির পরাক্ষ y-অক্ষ বরাবর। সেক্ষেত্রে 'a' যেখানে থাকতে পারে সেটি হল

(A) $(-\infty, -6)$ (B) $(-6, 2)$

(C) $(2, \infty)$ (D) $(-\infty, \infty)$

67. A rectangle ABCD has its side parallel to the line $y = 2x$ and vertices A, B, D are on lines $y = 1$, $x = 1$ and $x = -1$ respectively. The coordinate of C can be

আয়তক্ষেত্র ABCD-এর একটি বাহু $y = 2x$-এর সমান্তরাল এবং শীর্ষবিন্দুত্রয় A, B, D যথাক্রমে $y = 1, x = 1$ ও $x = -1$ -এর উপরিস্থিত। C-এর স্থানাঙ্ক হবে

(A) (3, 8) (B) (–3, 8)

(C) (–3, –1) (D) (3, –1)

68. If R and R^1 are equivalence relations on a set A, then so are the relations

(A) R^{-1} (B) $R \cup R^1$

(C) $R \cap R^1$ (D) All of these

সেট A-তে R ও R^1 সমতুল্য সম্বন্ধ সংজ্ঞাত আছে। অনুরূপ সম্পর্ক হবে

(A) R^{-1} (B) $R \cup R^1$

(C) $R \cap R^1$ (D) সব কটি

ZOLLEGE

69. Let $f(x) = x^m$, m being a non-negative integer. The value of m so that the equality $f'(a + b) = f'(a) + f'(b)$ is valid for all a, b > 0 is

$f(x) = x^m$, m অ-ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা। $f'(a + b) = f'(a) + f'(b)$ হবে, যদি a, b > 0 হয়

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

70. Which of the following statements are true ?

(A) If f(x) be continuous and periodic with periodicity T, then $I = \int_a^{a+T} f(x)\,dx$ depend on 'a'.

(B) If f(x) be continuous and periodic with periodicity T, then $I = \int_a^{a+T} f(x)\,dx$ does not depend on 'a'.

(C) Let $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is rational} \\ 0, & \text{if } x \text{ is irrational} \end{cases}$, then f is periodic of the periodicity T only if T is rational.

(D) f defined in (C) is periodic for all T.

নিম্নবিবৃতিগুলির কোনটি সত্য ?

(A) যদি f(x) সন্তত এবং T-পর্যাবৃত্তের একটি পর্যাবৃত্তীয় অপেক্ষক হয়, তবে $I = \int_a^{a+T} f(x)\,dx$, 'a'-এর উপর নির্ভরশীল হবে

(B) যদি f(x) সন্তত এবং T-পর্যাবৃত্তের একটি পর্যাবৃত্তীয় অপেক্ষক হয়, তবে $I = \int_a^{a+T} f(x)\,dx$, 'a'-এর উপর নির্ভরশীল নয়

(C) মনে কর, $f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ মূলদ} \\ 0, & x \text{ অমূলদ} \end{cases}$, f-পর্যাবৃত্ত T-এর একটি পর্যাবৃত্তীয় অপেক্ষক হবে একমাত্র যদি T মূলদ হয়

(D) সকল T-এর জন্য (C) এ বর্ণিত f-পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হবে

ZOLLEGE

71. A balloon starting from rest is ascending from ground with uniform acceleration of 4 ft/sec^2. At the end of 5 sec, a stone is dropped from it. If T be the time to reach the stone to the ground and H be the height of the balloon when the stone reaches the ground, then

স্থিতাবস্থা থেকে যাত্রা করে একটি বেলুন 4 ft/sec^2 ত্বরণে উর্দ্ধগামী। 5 সেকেন্ড পরে বেলুনটি থেকে একটি পাথর ছেড়ে দেওয়া হল। যদি পাথরটি T সেকেন্ড পরে ভূমি স্পর্শ করে এবং যখন পাথরটি ভূমি স্পর্শ করে তখন বেলুনটির উচ্চতা H ft.হয়, তবে

(A) T = 6 sec　　(B) H = 112.5 ft

(C) T = 5/2 sec　　(D) 225 ft

72. If $f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - x^2$, then

(A) f has no extrema.
(B) f is maximum at two points $x = 1$ and $x = -1$.
(C) f is minimum at $x = 0$.
(D) f has maximum at $x = 1$ only.

মনে কর, $f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - x^2$ সেক্ষেত্রে

(A) f -এর চরম মান নেই

(B) $x = 1, x = -1$ বিন্দুতে f -এর সর্বোচ্চ মান আছে

(C) $x = 0$ বিন্দুতে f -এর সর্বনিম্ন মান বিদ্যমান

(D) শুধুমাত্র $x = 1$ বিন্দুতে f -এর সর্বোচ্চ মান আছে

73. Let f be a non-negative function defined on $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. If $\int_0^x (f'(t) - \sin 2t)\, dt = \int_x^0 f(t) \tan t\, dt$,

f(0) = 1, then $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\, dx$ is

মনে কর, $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$-তে সংজ্ঞাত f অ-ঋণাত্মক অপেক্ষক।

$\int_0^x (f'(t) - \sin 2t)dt = \int_x^0 f(t) \tan t\, dt$, f(0) = 1 সেক্ষেত্রে $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\, dx$ হবে

(A) 3　　(B) $3 - \frac{\pi}{2}$　　(C) $3 + \frac{\pi}{2}$　　(D) $\frac{\pi}{2}$

ZOLLEGE

74. If z_1 and z_2 are two complex numbers satisfying the equation $\left|\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}\right| = 1$, then $\frac{z_1}{z_2}$ may be

(A) real positive
(B) real negative
(C) zero
(D) purely imaginary

z_1 ও z_2 দুটি জটিলরাশি এমন যে $\left|\frac{z_1 + z_2}{z_1 - z_2}\right| = 1$, সেক্ষেত্রে $\frac{z_1}{z_2}$ হবে

(A) ধনাত্মক বাস্তব
(B) ঋণাত্মক বাস্তব
(C) শূণ্য
(D) পুরোপুরি কাল্পনিক

75. A letter lock consists of three rings with 15 different letters. If N denotes the number of ways in which it is possible to make unsuccessful attempts to open the lock, then

(A) 482 divides N
(B) N is the product of two distinct prime numbers.
(C) N is the product of three distinct prime numbers.
(D) 16 divides N.

একটি অক্ষর তালায় তিনটি বলয় আছে। প্রতিটি বলয়ে 15 টি করে বিভিন্ন অক্ষর আছে। N যদি তালা খোলার চেষ্টায় অসাফল্যের সংখ্যা হয় তবে

(A) N, 482 দ্বারা বিভাজ্য
(B) N, দুটি আলাদা মৌলিক সংখ্যার গুণফল
(C) N, তিনটি আলাদা মৌলিক সংখ্যার গুণফল
(D) N, 16 দ্বারা বিভাজ্য

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZOLLEGE

SPACE FOR ROUGH WORK

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZØLLEGE

SPACE FOR ROUGH WORK

CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL CONFIDENTIAL

ZØLLEGE

M-2023

Subject : MATHEMATICS

সময়: ২ ঘন্টা **পূর্ণমান : ১০০**

নির্দেশাবলী

১. এই প্রশ্নপত্রে সমস্ত প্রশ্নই অবজেক্টিভ প্রশ্ন এবং প্রতিটি প্রশ্নের চারটি সম্ভাব্য উত্তর দেওয়া আছে।

২. Category-**1** : একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে **1** নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ¼ নম্বর কাটা যাবে।

৩. Category-**2** : একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে **2** নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ½ নম্বর কাটা যাবে।

৪. Category-**3**: এক বা একাধিক উত্তর সঠিক। সব কটি সঠিক উত্তর দিলে **2** নম্বর পাবে। যদি কোন ভুল উত্তর না থাকে এবং সঠিক উত্তরও সব কটি না থাকে তাহলে পাবে $2 \times$ যে কটি সঠিক উত্তর দেওয়া হয়েছে তার সংখ্যা $\div$ আসলে যে কটি উত্তর সঠিক তার সংখ্যা। যদি কোনো ভুল উত্তর দেওয়া হয় বা একাধিক উত্তরের মধ্যে একটিও ভুল থাকে তাহলে উত্তরটি ভুল ধরে নেওয়া হবে। কিন্তু সেক্ষেত্রে কোনো নম্বর কাটা যাবে না, অর্থাৎ শূন্য নম্বর পাবে।

৫. OMR পত্রে A, B, C, D চিহ্নিত সঠিক ঘরটি ভরাট করে উত্তর দিতে হবে।

৬. OMR পত্রে উত্তর দিতে শুধুমাত্র কালো বা নীল কালির বল পয়েন্ট পেন ব্যবহার করবে।

৭. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থান ছাড়া অন্য কোথাও কোন দাগ দেবে না।

৮. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে প্রশ্নপত্রের নম্বর এবং নিজের রোল নম্বর অতি সাবধানতার সাথে লিখতে হবে এবং প্রয়োজনীয় ঘরগুলি পূরণ করতে হবে।

৯. OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে নিজের নাম ও পরীক্ষা কেন্দ্রের নাম লিখতে হবে এবং নিজের (Admit Card-এ উল্লেখিত) স্বাক্ষর করতে হবে।

১০. প্রশ্নপত্রের নম্বর বা রোল নম্বর ভুল লিখলে অথবা ভুল ঘর ভরাট করলে, পরীক্ষার্থীর নাম, পরীক্ষা কেন্দ্রের নাম বা স্বাক্ষরে কোন ভুল থাকলে উত্তর পত্র বাতিল হয়ে যেতে পারে। OMR পত্রটি ভাঁজ হলে বা তাতে অনাবশ্যক দাগ পড়লেও বাতিল হয়ে যেতে পারে। পরীক্ষার্থীর এই ধরনের ভুল বা অসর্তকতার জন্য উত্তরপত্র বাতিল হলে একমাত্র পরীক্ষার্থী নিজেই তার জন্য দায়ী থাকবে।

১১. মোবাইলফোন, ক্যালকুলেটর, স্লাইডরুল, লগটেবল, হাতঘড়ি, রেখাচিত্র, গ্রাফ বা কোন ধরণের তালিকা পরীক্ষা কক্ষে আনা যাবে না। আনলে সেটি বাজেয়াপ্ত হবে এবং পরীক্ষার্থীর ওই পরীক্ষা বাতিল করা হবে।

১২. প্রশ্নপত্রে রাফ কাজ করার জন্য ফাঁকা জায়গা দেওয়া আছে। অন্য কোন কাগজ এই কাজে ব্যবহার করা যাবে না।

১৩. পরীক্ষা কক্ষ ছাড়ার আগে OMR পত্র অবশ্য ই পরিদর্শককে দিয়ে যাবে।

১৪. এই প্রশ্নপত্রে ইংরাজী ও বাংলা উভয় ভাষাতেই প্রশ্ন দেওয়া আছে। বাংলা মাধ্যমে প্রশ্ন তৈরীর সময় প্রয়োজনীয় সাবধানতা ও সতর্কতা অবলম্বন করা হয়েছে। তা সত্ত্বেও যদি কোন অসঙ্গতি লক্ষ্য করা যায়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী মাধ্যমে দেওয়া প্রশ্ন ঠিক ও চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।

১৫. পরীক্ষা শেষে পরীক্ষার্থীরা প্রশ্নপত্রটি নিয়ে যাবে।

ZOLLEGE