खंड 1 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में|

Q.1 माना कि $f(x)$, अंतराल (interval) $(0,\infty)$ में सांतत्य रूप से अवकलनीय (continuously differentiable) एक इस प्रकार का फलन (function) है कि $f(1)=2$, तथा प्रत्येक $x>0$ के लिए

$$\lim_{t\to x}\frac{t^{10}f(x)-x^{10}f(t)}{t^9-x^9}=1$$

है | तब सभी $x>0$ के लिए, $f(x)$ बराबर है

(A) $\frac{31}{11x}-\frac{9}{11}x^{10}$

(B) $\frac{9}{11x}+\frac{13}{11}x^{10}$

(C) $\frac{-9}{11x}+\frac{31}{11}x^{10}$

(D) $\frac{13}{11x}+\frac{9}{11}x^{10}$

Q.2 एक छात्र, एक परीक्षा (quiz), जिसमें सभी प्रश्न केवल सत्य-असत्य (true-false) प्रकार के हैं, में बैठता है और सभी प्रश्नों के उत्तर देता है | छात्र कुछ प्रश्नों के उत्तर जानता है और शेष प्रश्नों के उत्तरों का अनुमान (guess) लगाता है | जब भी छात्र किसी प्रश्न का उत्तर जानता है, वह उसका सही उत्तर देता है | मान लीजिये कि छात्र द्वारा किसी प्रश्न के सही उत्तर देने की प्रायिकता (probability), जब यह ज्ञात है कि छात्र ने उत्तर का अनुमान लगाया है, $\frac{1}{2}$ है | यह भी मान लीजिये कि किसी प्रश्न के उत्तर का अनुमान लगाये जाने की प्रायिकता, जब यह ज्ञात है कि छात्र का उत्तर सही है, $\frac{1}{6}$ है| तब छात्र के किसी यादृच्छया चुने गए (randomly chosen) प्रश्न का उत्तर जानने की प्रायिकता है

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{5}{12}$

ZOLLEGE

Q.3 माना कि $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ इस प्रकार है कि $\cot x = \frac{-5}{\sqrt{11}}$ है | तब

$$\left(\sin\frac{11x}{2}\right)(\sin 6x - \cos 6x) + \left(\cos\frac{11x}{2}\right)(\sin 6x + \cos 6x)$$

बराबर है

(A) $\frac{\sqrt{11}-1}{2\sqrt{3}}$

(B) $\frac{\sqrt{11}+1}{2\sqrt{3}}$

(C) $\frac{\sqrt{11}+1}{3\sqrt{2}}$

(D) $\frac{\sqrt{11}-1}{3\sqrt{2}}$

Q.4 दीर्घवृत (ellipse) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ पर विचार कीजिये | माना कि $S(p,q)$ प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में एक इस प्रकार का बिंदु है कि $\frac{p^2}{9}+\frac{q^2}{4}>1$ है | बिंदु S से दीर्घवृत के लिए दो स्पर्श रेखाएं (tangents) खींची गयी हैं, जिनमें से एक रेखा, दीर्घवृत पर लघु अक्ष (minor axis) के एक अंत्य बिंदु (end point) पर मिलती है तथा दूसरी रेखा चौथे चतुर्थांश (fourth quadrant) में दीर्घवृत के एक बिंदु T पर मिलती है | माना कि R दीर्घवृत का वह शीर्ष (vertex) है जिसका x-निर्देशांक (x-coordinate) धनात्मक (positive) है, और दीर्घवृत का केंद्र O है | यदि त्रिभुज ΔORT का क्षेत्रफल $\frac{3}{2}$ है, तब निम्नलिखित विकल्पों में से कौन सा सही है?

(A) $q=2,\ p=3\sqrt{3}$

(B) $q=2,\ p=4\sqrt{3}$

(C) $q=1,\ p=5\sqrt{3}$

(D) $q=1,\ p=6\sqrt{3}$

ZOLLEGE

खंड 2 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में तीन **(03)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

  पूर्ण अंक : +4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |
  आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं |
  आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया हैं और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं |
  आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है|
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : −2 अन्य सभी परिस्थितियों में |
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर −2 अंक मिलेंगे |

Q.5 माना कि $S=\{a+b\sqrt{2} : a,b\in\mathbb{Z}\}$, $T_1=\left\{\left(-1+\sqrt{2}\right)^n : n\in\mathbb{N}\right\}$, और $T_2=\left\{\left(1+\sqrt{2}\right)^n : n\in\mathbb{N}\right\}$ हैं |
तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं)?

(A) $\mathbb{Z}\cup T_1\cup T_2\subset S$

(B) $T_1\cap\left(0,\frac{1}{2024}\right)=\phi$, जहां ϕ रिक्त समुच्चय (empty set) को दर्शाता है |

(C) $T_2\cap(2024,\infty)\neq\phi$

(D) किन्हीं दिये गए $a,b\in\mathbb{Z}$ के लिए, $\cos\left(\pi\left(a+b\sqrt{2}\right)\right)+i\sin\left(\pi\left(a+b\sqrt{2}\right)\right)\in\mathbb{Z}$ यदि और केवल यदि (if and only if) $b=0$, जहां $i=\sqrt{-1}$ है |

ZOLLEGE

Q.6 माना कि $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ को दर्शाता है | माना कि

$S=\{(a,b,c) : a,b,c\in\mathbb{R}$, और सभी $(x,y)\in\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$ के लिए, $ax^2+2bxy+cy^2>0\}$

है | तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं)?

(A) $\left(2,\frac{7}{2},6\right)\in S$

(B) यदि $\left(3,b,\frac{1}{12}\right)\in S$, तब $|2b|<1$ है |

(C) किसी दिये गए $(a,b,c)\in S$ के लिए, रैखिक समीकरणों के निकाय (system of linear equations)

$$ax+by=1$$
$$bx+cy=-1$$

का एक अद्वितीय हल (unique solution) है |

(D) किसी दिये गए $(a,b,c)\in S$ के लिए, रैखिक समीकरणों के निकाय

$$(a+1)x+by=0$$
$$bx+(c+1)y=0$$

का एक अद्वितीय हल है |

Q.7 माना कि $\mathbb{R}^3$, त्रि-विमीय अंतरिक्ष (three-dimensional space) को दर्शाता है | दो बिंदु $P=(1,2,3)$ और $Q=(4,2,7)$ लीजिये | माना कि $dist(X,Y)$, $\mathbb{R}^3$ के दो बिन्दुओं (points) X और Y के बीच की दूरी को दर्शाता है | माना कि

$$S=\left\{X\in\mathbb{R}^3 \ : \ \left(dist(X,P)\right)^2-\left(dist(X,Q)\right)^2=50\right\} \text{ और}$$
$$T=\left\{Y\in\mathbb{R}^3 \ : \ \left(dist(Y,Q)\right)^2-\left(dist(Y,P)\right)^2=50\right\}$$

हैं | तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) **सत्य** है (हैं)?

(A) एक ऐसा त्रिभुज (triangle) है जिसका क्षेत्रफल 1 है और जिसके सारे शीर्ष (vertices) S से हैं |

(B) T में दो ऐसे भिन्न (distinct) बिंदु L और M हैं कि रेखाखंड (line segment) LM में स्थित प्रत्येक बिंदु भी T में है |

(C) परिमाप (perimeter) 48 के ऐसे अनंत (infinitely many) आयत (rectangles) हैं जिनके दो शीर्ष (vertices) S से हैं तथा अन्य दो शीर्ष T से हैं |

(D) परिमाप 48 का एक ऐसा वर्ग (square) है जिसके दो शीर्ष S से हैं तथा अन्य दो शीर्ष T से हैं |

ZOLLEGE

खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं ।
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER)** है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ़ सही पूर्णांक (integer) ही प्रविष्ट किया गया है।
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.8 माना कि $a=3\sqrt{2}$ और $b=\frac{1}{5^{1/6}\sqrt{6}}$ हैं। यदि $x, y \in \mathbb{R}$ इस प्रकार हैं कि

$$3x+2y=\log_a(18)^{\frac{5}{4}} \quad \text{और}$$
$$2x-y=\log_b\left(\sqrt{1080}\right),$$

तब $4x+5y$ बराबर ________ है।

Q.9 माना कि $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+c$ वास्तविक गुणांकों (real coefficients) वाला एक ऐसा बहुपद (polynomial) है कि $f(1)=-9$ है। मान लीजिये कि $i\sqrt{3}$, समीकरण $4x^3+3ax^2+2bx=0$ का एक मूल है, जहां $i=\sqrt{-1}$ है। यदि $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, और α_4, समीकरण $f(x)=0$ के सभी मूल हैं, तब $|\alpha_1|^2+|\alpha_2|^2+|\alpha_3|^2+|\alpha_4|^2$ का मान _________ है।

Q.10 माना कि

$$S=\left\{A=\begin{pmatrix}0 & 1 & c\\ 1 & a & d\\ 1 & b & e\end{pmatrix}:\ a,b,c,d,e\in\{0,1\} \text{ और } |A|\in\{-1,1\}\right\},$$

जहां $|A|$ आव्यूह (matrix) A के सारणिक (determinant) को दर्शाता है। तब S में अवयवों (elements) की संख्या _______ है।

ZOLLEGE

Q.11 9 छात्रों, $s_1, s_2, \ldots, s_9$, के एक समूह को तीन टोलियाँ (teams) X, Y, तथा Z, जिनके सदस्यों की संख्या क्रमशः 2, 3, तथा 4 हैं, बनाने के लिए विभाजित किया जाना है। मान लीजिये कि s_1 को टोली X के लिए नहीं चुना जा सकता है तथा s_2 को टोली Y के लिए नहीं चुना जा सकता है। तब इस प्रकार की टोलियों को बनाने के तरीकों की संख्या ___ है।

Q.12 माना कि $\overrightarrow{OP} = \frac{\alpha-1}{\alpha}\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\overrightarrow{OQ} = \hat{i} + \frac{\beta-1}{\beta}\hat{j} + \hat{k}$ और $\overrightarrow{OR} = \hat{i} + \hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k}$ तीन सदिश (vectors) हैं, जहां $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$ और O मूल बिंदु को दर्शाता है। यदि $\left(\overrightarrow{OP} \times \overrightarrow{OQ}\right) \cdot \overrightarrow{OR} = 0$, और बिंदु $(\alpha, \beta, 2)$ तल (plane) $3x + 3y - z + l = 0$ पर स्थित है, तब l का मान ________ है।

Q.13 माना कि X एक यादृच्छिक चर (random variable) है, और माना कि $P(X = x)$, X के मान x लेने की प्रायिकता (probability) को दर्शाता है। माना कि बिंदु (points) $\left(x, P(X = x)\right)$, $x = 0, 1, 2, 3, 4$, xy-तल में एक नियत सरल रेखा (fixed straight line) पर स्थित हैं, और सभी $x \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2, 3, 4\}$ के लिए $P(X = x) = 0$ है। यदि X का माध्य (mean) $\frac{5}{2}$ है, और X का प्रसरण (variance) α है, तब 24α का मान ______ है।

ZOLLEGE

खंड 4 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन (set) में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प **प्रश्न** में **सूची-I** और **सूची-II** पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प **प्रश्न** की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक	:	$+3$	यदि सिर्फ़ सही विकल्प को ही चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक	:	-1	अन्य सभी परिस्थितियों में|

ZOLLEGE

Q.14 माना कि α और β समीकरण $x^2+x-1=0$ के भिन्न मूल (roots) हैं | समुच्चय $T=\{1,\alpha,\beta\}$ पर विचार कीजिये | एक 3×3 आव्यूह (matrix) $M=(a_{ij})_{3\times3}$ के लिए, $R_i=a_{i1}+a_{i2}+a_{i3}$ और $C_j=a_{1j}+a_{2j}+a_{3j}$ परिभाषित कीजिये, जहां $i=1,2,3$ और $j=1,2,3$ है |

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये |

सूची-I	**सूची-II**
(P) आव्यूहों (matrices) $M=(a_{ij})_{3\times3}$, जिनकी सभी प्रविष्टियाँ (entries) T से हैं, और जिनमें सभी i, j के लिए $R_i=C_j=0$ है, की संख्या है	(1) 1
(Q) सममित आव्यूहों (symmetric matrices) $M=(a_{ij})_{3\times3}$, जिनकी सभी प्रविष्टियाँ T से हैं, और जिनमें सभी j के लिए $C_j=0$ है, की संख्या है	(2) 12
(R) माना कि $M=(a_{ij})_{3\times3}$ एक ऐसा विषम सममित आव्यूह (skew symmetric matrix) है कि, $i>j$ के लिए $a_{ij}\in T$ है	तब समुच्चय $\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} : x,y,z\in\mathbb{R},\ M\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_{12}\\0\\-a_{23}\end{pmatrix}\right\}$ में अवयवों (elements) की संख्या है	(3) अनंत (infinite)
(S) माना कि $M=(a_{ij})_{3\times3}$ एक ऐसा आव्यूह है कि जिसकी सभी प्रविष्टियाँ T से हैं, और जिसमें सभी i के लिए $R_i=0$ है	तब M के सारणिक (determinant) का निरपेक्ष (absolute) मान है	(4) 6
	(5) 0

सही विकल्प है:

(A) (P) $\to$ (4) (Q) $\to$ (2) (R) $\to$ (5) (S) $\to$ (1)
(B) (P) $\to$ (2) (Q) $\to$ (4) (R) $\to$ (1) (S) $\to$ (5)
(C) (P) $\to$ (2) (Q) $\to$ (4) (R) $\to$ (3) (S) $\to$ (5)
(D) (P) $\to$ (1) (Q) $\to$ (5) (R) $\to$ (3) (S) $\to$ (4)

ZOLLEGE

Q.15 माना कि सरल रेखा (straight line) $y = 2x$, एक वृत्त (circle) जिसका केंद्र (center) $(0, \alpha)$, $\alpha > 0$, है और जिसकी त्रिज्या (radius) r है, को एक बिंदु A_1 पर स्पर्श करती है | माना कि B_1 वृत्त पर वह बिंदु है कि रेखाखंड (line segment) A_1B_1 वृत्त का एक व्यास (diameter) है | माना कि $\alpha + r = 5 + \sqrt{5}$ है |

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये |

सूची-I	**सूची-II**
(P) α बराबर	(1) $(-2, 4)$
(Q) r बराबर	(2) $\sqrt{5}$
(R) A_1 बराबर	(3) $(-2, 6)$
(S) B_1 बराबर	(4) 5
	(5) $(2, 4)$

सही विकल्प है:

(A) $(P) \rightarrow (4)$ $(Q) \rightarrow (2)$ $(R) \rightarrow (1)$ $(S) \rightarrow (3)$

(B) $(P) \rightarrow (2)$ $(Q) \rightarrow (4)$ $(R) \rightarrow (1)$ $(S) \rightarrow (3)$

(C) $(P) \rightarrow (4)$ $(Q) \rightarrow (2)$ $(R) \rightarrow (5)$ $(S) \rightarrow (3)$

(D) $(P) \rightarrow (2)$ $(Q) \rightarrow (4)$ $(R) \rightarrow (3)$ $(S) \rightarrow (5)$

ZOLLEGE

Q.16 माना कि $\gamma \in \mathbb{R}$ इस प्रकार है कि रेखाएं $L_1 : \frac{x+11}{1} = \frac{y+21}{2} = \frac{z+29}{3}$ और $L_2 : \frac{x+16}{3} = \frac{y+11}{2} = \frac{z+4}{\gamma}$ प्रतिच्छेदित (intersect) करती हैं | माना कि L_1 और L_2 का प्रतिच्छेदन बिंदु (point of intersection) R_1 है | माना कि $O = (0,0,0)$ है, और $\hat{n}$, उस तल (plane) जिसमें L_1 और L_2 दोनों स्थित हैं, के एक मात्रक अभिलंब सदिश (unit normal vector) को दर्शाता है |

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये |

सूची-I	**सूची-II**
(P) γ बराबर	(1) $-\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$
(Q) $\hat{n}$ का एक संभावित विकल्प (choice) है	(2) $\sqrt{\frac{3}{2}}$
(R) $\overrightarrow{OR_1}$ बराबर	(3) 1
(S) $\overrightarrow{OR_1} \cdot \hat{n}$ का एक संभावित मान है	(4) $\frac{1}{\sqrt{6}}\hat{i} - \frac{2}{\sqrt{6}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{6}}\hat{k}$
	(5) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

सही विकल्प है:

(A) $(P) \to (3)$ $(Q) \to (4)$ $(R) \to (1)$ $(S) \to (2)$

(B) $(P) \to (5)$ $(Q) \to (4)$ $(R) \to (1)$ $(S) \to (2)$

(C) $(P) \to (3)$ $(Q) \to (4)$ $(R) \to (1)$ $(S) \to (5)$

(D) $(P) \to (3)$ $(Q) \to (1)$ $(R) \to (4)$ $(S) \to (5)$

ZOLLEGE

Q.17 माना कि फलन (functions) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ और $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x|x| \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases} \quad \text{और} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - 2x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{अन्यथा (otherwise)}, \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित हैं | माना कि $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ हैं | फलन (function) $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ को

$$h(x) = af(x) + b\left(g(x) + g\left(\frac{1}{2} - x\right)\right) + c\big(x - g(x)\big) + dg(x), \qquad x \in \mathbb{R},$$

द्वारा परिभाषित कीजिये |

सूची-I की प्रत्येक प्रविष्टि (entry) का **सूची-II** की सही प्रविष्टि से मिलान कीजिये |

सूची-I	**सूची-II**
(P) यदि $a = 0,\ b = 1,\ c = 0,$ और $d = 0$ है, तब	(1) h एकैकी (one-one) है	
(Q) यदि $a = 1,\ b = 0,\ c = 0,$ और $d = 0$ है, तब	(2) h आच्छादी (onto) है	
(R) यदि $a = 0,\ b = 0,\ c = 1,$ और $d = 0$ है, तब	(3) h, $\mathbb{R}$ पर अवकलनीय (differentiable) है	
(S) यदि $a = 0,\ b = 0,\ c = 0,$ और $d = 1$ है, तब	(4) h का परिसर (range) $[0,1]$ है	
	(5) h का परिसर (range) $\{0,1\}$ है	

सही विकल्प है:

(A) (P) $\rightarrow$ (4) (Q) $\rightarrow$ (3) (R) $\rightarrow$ (1) (S) $\rightarrow$ (2)

(B) (P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (2) (R) $\rightarrow$ (4) (S) $\rightarrow$ (3)

(C) (P) $\rightarrow$ (5) (Q) $\rightarrow$ (3) (R) $\rightarrow$ (2) (S) $\rightarrow$ (4)

(D) (P) $\rightarrow$ (4) (Q) $\rightarrow$ (2) (R) $\rightarrow$ (1) (S) $\rightarrow$ (3)

END OF THE QUESTION PAPER

ZOLLEGE

खंड 1 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में|

Q.1 एक विमारहित राशि को इलेक्ट्रॉनिक आवेश e, मुक्त आकाश की विद्युतशीलता (permittivity) ε_0, प्लांक स्थिरांक h तथा प्रकाश की चाल c से व्यक्त करते हैं | यदि इस विमारहित राशि को $e^{\alpha}\varepsilon_0{}^{\beta}h^{\gamma}c^{\delta}$ से निर्दिष्ट किया जाता है तथा n एक अशून्य पूर्णांक है तो $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ का मान होगा,

(A) $(2n, -n, -n, -n)$ (B) $(n, -n, -2n, -n)$
(C) $(n, -n, -n, -2n)$ (D) $(2n, -n, -2n, -2n)$

Q.2 z-अक्ष पर स्थित एक अनंत लम्बाई के तार में I धारा $+z$-दिशा में प्रवाहित हो रही है जिससे चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ बनता है| बिंदु $(-\sqrt{3}a, a, 0)$ से बिंदु $(a, a, 0)$ तक की सरल रेखा पर रेखीय समाकलन (line integral) $\int \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl}$ का परिमाण होगा

[μ_0 मुक्त आकाश की चुंबकीय पारगम्यता है|]

(A) $7\mu_0 I/24$ (B) $7\mu_0 I/12$ (C) $\mu_0 I/8$ (D) $\mu_0 I/6$

Q.3 घर्षणरहित, क्षैतिज, अचालक तथा त्रिज्या R के एक वृत्ताकार वलय पर समान आवेश q एवं द्रव्यमान m की दो मणिकाओं (beads) को लगाया गया है| एक मणिका को वलय के किसी बिंदु पर चिपका दिया गया है जबकि दूसरी मणिका अपनी साम्यावस्था के सापेक्ष वलय पर लघु दोलन (small oscillations) करती है| इन लघु दोलनों की कोणीय आवृत्ति के वर्ग का मान होगा

[ε_0 मुक्त आकाश की विद्युतशीलता है|]

(A) $q^2/(4\pi\varepsilon_0 R^3 m)$ (B) $q^2/(32\pi\varepsilon_0 R^3 m)$ (C) $q^2/(8\pi\varepsilon_0 R^3 m)$ (D) $q^2/(16\pi\varepsilon_0 R^3 m)$

ZOLLEGE

Q.4 5 kg द्रव्यमान का एक गुटका, बल $F = (-20x + 10)$ N के प्रभाव में x-दिशा में गतिमान है, जहाँ x मीटर में है| समय $t = 0$ s पर यह $x = 1$ m पर स्थिर अवस्था में है| इस गुटके की स्थिति (position) तथा संवेग (momentum) समय $t = (\pi/4)$ s पर होंगे

(A) -0.5 m, 5 kg m/s

(B) 0.5 m, 0 kg m/s

(C) 0.5 m, -5 kg m/s

(D) -1 m, 5 kg m/s

ZOLLEGE

खंड 2 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में तीन **(03)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

  पूर्ण अंक :+4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |
  आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं |
  आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया हैं और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं |
  आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है|
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : −2 अन्य सभी परिस्थितियों में |
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर −2 अंक मिलेंगे |

Q.5 m द्रव्यमान का एक कण स्थितिज उर्जा $V(r) = kr^2/2$ के संगत केंद्रीय बल $F(r) = -kr$ के अंतर्गत एक वृत्ताकार कक्षा (circular orbit) में चल रहा है, जहाँ k एक धनात्मक बल नियतांक तथा r मूल बिंदु से त्रिज्यक दूरी हैं| बोर (Bohr) के क्वांटमीकरण (quantization) नियम के अनुसार कण के कोणीय संवेग का मान $L = n\hbar$ होता है, जहाँ $\hbar = h/(2\pi)$, h प्लांक स्थिरांक और n एक धनात्मक पूर्णांक हैं| यदि v और E, क्रमशः, इस कण की चाल तथा कुल उर्जा हैं तो निम्न में से कौन सा(से) विकल्प सही है(हैं)?

(A) $r^2 = n\hbar\sqrt{\frac{1}{mk}}$

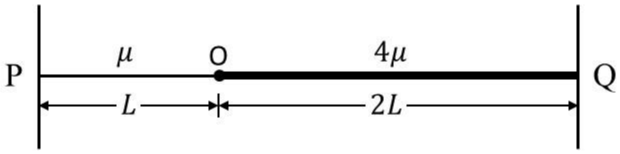
(B) $v^2 = n\hbar\sqrt{\frac{k}{m^3}}$

(C) $\frac{L}{mr^2} = \sqrt{\frac{k}{m}}$

(D) $E = \frac{n\hbar}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$

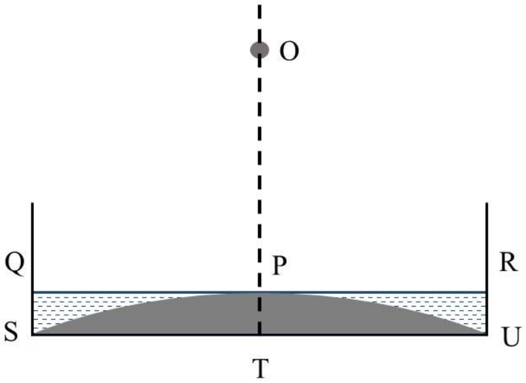
ZOLLEGE

Q.6 रेखीय द्रव्यमान घनत्व μ व 4μ तथा लम्बाई L व $2L$, क्रमशः, की दो एकसमान डोरियों को बिंदु O पर जोड़कर दृढ़ बिंदुओं P और Q पर चित्रानुसार बांधा गया है| डोरियों में एकसमान तनाव T है| यदि आवृत्ति $\nu_0 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ से परिभाषित है तो निम्न में से कौन सा(से) कथन सही है(हैं)?



(A) बिंदु O पर एक निस्पंद (node) होने पर संगठित डोरी के कम्पन की न्यूनतम आवृत्ति ν_0 है|
(B) बिंदु O पर एक प्रस्पंद (antinode) होने पर संगठित डोरी के कम्पन की न्यूनतम आवृत्ति $2\nu_0$ है|
(C) जब संगठित डोरी न्यूनतम आवृत्ति पर बिंदु O पर निस्पंद के साथ कम्पन करती है, तो सिरों पर बने निस्पंदो को शामिल करते हुए डोरी में 6 निस्पंद होंगे|
(D) बिंदु O पर प्रस्पंद होने पर, संगठित डोरी में कोई भी कम्पन विधा संभव नहीं है|

Q.7 एक समतल-उत्तल (plano-convex) ठोस तली वाले 1.6 अपवर्तनांक के काँच के बीकर को चित्र में दर्शाया गया है| उत्तल सतह (SPU) की वक्रता त्रिज्या 9 cm है जबकि समतल पृष्ठ (STU) एक दर्पण की तरह काम करता है| इस बीकर में अपवर्तनांक n के एक द्रव को QPR सतह तक भरा जाता है| यदि h (चित्र मे OT) उचांई पर स्थित बिंदु बिंब O का प्रतिबिंब स्वयं पर बनता है तो निम्न में से कौन सा(से) विकल्प सही है(हैं)?



(A) $n = 1.42$ के लिए, $h = 50$ cm
(B) $n = 1.35$ के लिए, $h = 36$ cm
(C) $n = 1.45$ के लिए, $h = 65$ cm
(D) $n = 1.48$ के लिए, $h = 85$ cm

ZOLLEGE

खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

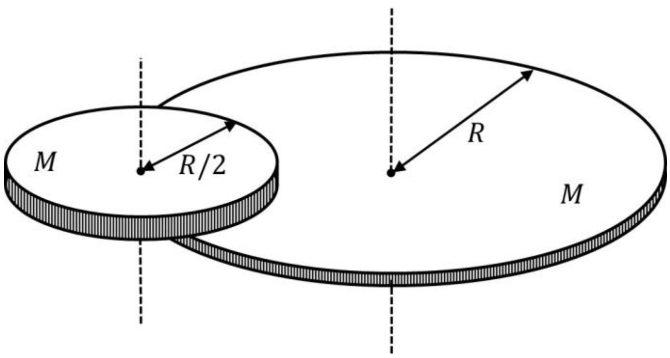
  पूर्ण अंक : $+4$ यदि सिर्फ़ सही पूर्णांक (integer) ही प्रविष्ट किया गया है |

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.8 एक पदार्थ की तापाश्रित (temperature dependent) विशिष्ट ऊष्मा धारिता सूत्र $C = kT$ से निर्धारित है, जहाँ k एक उपयुक्त विमा का नियतांक SI इकाई में है, और T पदार्थ का परम तापमान (absolute temperature) है| यदि 1 kg पदार्थ का तापमान $-73\,^{\circ}$C से $27\,^{\circ}$C तक बढ़ाने पर nk ऊष्मा की आवश्यकता होती है, तो n का मान ______ होगा|

[दिया है: 0 K $= -273\,^{\circ}$C]

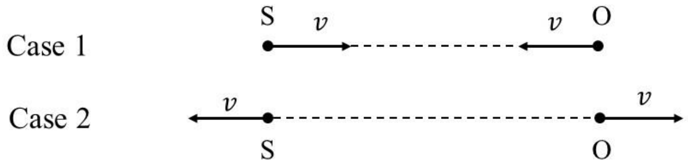
Q.9 चित्रानुसार, M द्रव्यमान एवं R त्रिज्या की एक चक्रिका (disc) अपनी उर्ध्वाधर अक्ष के परितः घूर्णन करने के लिए स्वतंत्र है| एक उपेक्षणीय द्रव्यमान वाली बैटरी चलित मोटर इस चक्रिका की परिधि के एक बिंदु पर जड़ित है| M द्रव्यमान एवं $R/2$ त्रिज्या की एक दूसरी चक्रिका इस मोटर की पतली शैफ्ट (shaft) में जड़ित है| मोटर चलाने पर छोटी चक्रिका एकसमान कोणीय चाल ω से घूर्णन करती है| यदि बड़ी चक्रिका के घूर्णन की कोणीय चाल ω/n है, तो n का मान ______ है|



ZOLLEGE

Q.10 एक बिंदु स्रोत S, एकसमान रूप से, सभी दिशाओं में अध्रुवित प्रकाश (unpolarized light) उत्सर्जित करता है| दो बिंदुओं A और B पर, प्रकाश की तीव्रताओं के अनुपात, $r = I_A/I_B$ का मान 2 है| यदि B के ठीक पहले दो पोलेरॉइडों का एक समूह, जिनके पारित-अक्षों (pass-axes) के बीच का कोण $45°$ है, रखा जाता है, तो r का नया मान ______ होगा|

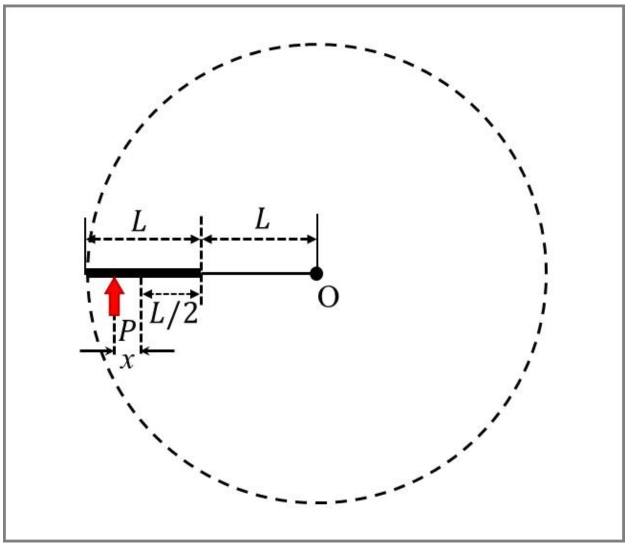
Q.11 एक ध्वनि-स्रोत (S) की आवृत्ति 240 Hz है| जब प्रेक्षक तथा ध्वनि-स्रोत, धरती के सापेक्ष, एक ही चाल v से एक दूसरे की ओर गतिमान हैं (चित्र का Case 1 देखें) तो प्रेक्षक ध्वनि की आवृत्ति 288 Hz पाता है| | किन्तु, जब ध्वनि-स्रोत एवं प्रेक्षक, धरती के सापेक्ष, उसी चाल v से एक दूसरे से विपरीत दिशा में गतिमान हैं (चित्र का Case 2 देखें) तो प्रेक्षक ध्वनि की आवृत्ति n Hz पाता है| n का मान ______ होगा|



Q.12 पानी की दो एकसमान बड़ी टंकियां, 1 और 2, जो h ऊँचाई तक पानी से भरी हैं, H ऊँचाई के एक भवन के ऊपर रखी हैं| दोनों टंकियों के किनारे में, निचले तल के समीप, छोटी त्रिज्या का एक-एक समरूप छिद्र है| टंकी 2 के छिद्र पर उसी के समान आंतरिक त्रिज्या की एक नलिका (pipe) लगी है जिसका दूसरा सिरा धरती पर है| जब टंकी 1 तथा 2 के छिद्रों से पानी बहता है तो टंकियों के खाली होने में क्रमशः t_1और t_2 का समय लगता है| यदि $H = \left(\frac{16}{9}\right) h$ हो तो t_1/t_2 अनुपात का मान ______ है|

ZOLLEGE

Q.13 नियत द्रव्यमान तथा L लम्बाई की एक पतली एकसमान छड़, जिसका एक सिरा L लम्बाई की द्रव्यमानरहित डोरी से बंधा है, को घर्षणहीन क्षैतिज मेज पर रखा गया है| इस निकाय का शीर्ष दृश्य (top view) चित्र में दिखाया गया है| डोरी का दूसरा सिरा एक बिंदु O पर धुरीग्रस्त (pivoted) है| यदि छड़ के मध्यबिंदु से $x = L/n$ दूरी पर (चित्र में दर्शित) एक क्षैतिज आवेग P लगाया जाता है तो छड़ एवं डोरी संरेखण में रहते हुए एकसाथ बिंदु O के परितः परिक्रमण करते हैं| इस दशा में, n का मान ______ होगा|



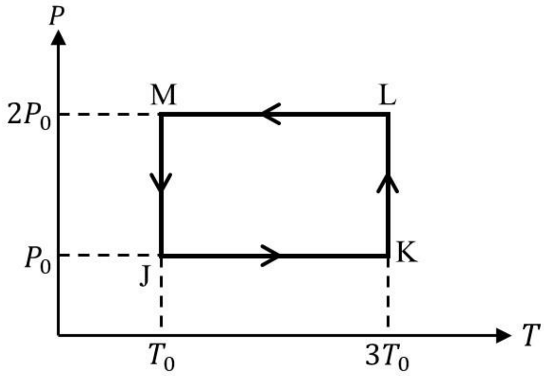
ZOLLEGE

खंड 4 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन (set) में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प **प्रश्न** में **सूची-I** और **सूची-II** पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प **प्रश्न** की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक : $+3$ यदि सिर्फ़ सही विकल्प को ही चुना गया है।
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)|
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में|

Q.14 एकपरमाणुक आदर्श गैस का एक मोल, चित्र में दर्शाये दाब-तापमान आरेख (P-T diagram) के अनुसार चक्रीय प्रक्रम J→ K→ L→ M→ J करता है|



नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें|

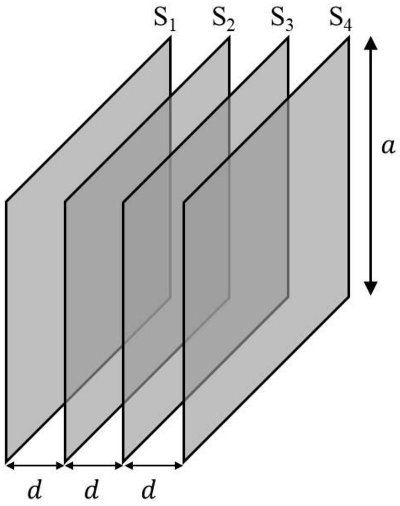
[$\mathcal{R}$ गैस नियतांक है|]

List-I	List-II
(P) पूर्ण चक्रीय प्रक्रम में किया गया कार्य	(1) $\mathcal{R}T_0 - 4\mathcal{R}T_0 \ln 2$
(Q) JK प्रक्रम के दौरान गैस की आंतरिक उर्जा में परिवर्तन	(2) 0
(R) KL प्रक्रम के दौरान गैस को दी गयी ऊष्मा	(3) $3\mathcal{R}T_0$
(S) MJ प्रक्रम के दौरान गैस की आंतरिक उर्जा में परिवर्तन	(4) $-2\mathcal{R}T_0 \ln 2$
	(5) $-3\mathcal{R}T_0 \ln 2$

(A) $P \to 1;\ Q \to 3;\ R \to 5;\ S \to 4$
(B) $P \to 4;\ Q \to 3;\ R \to 5;\ S \to 2$
(C) $P \to 4;\ Q \to 1;\ R \to 2;\ S \to 2$
(D) $P \to 2;\ Q \to 5;\ R \to 3;\ S \to 4$

ZOLLEGE

Q.15 चार एकसमान भुजा a वालीं, वर्गाकार, पतली धातु की शीटें (sheets), S_1, S_2, S_3 एवं S_4 एक दूसरे के समानान्तर बराबर दूरी d ($\ll a$) पर चित्रानुसार रखी हैं| दिया है कि $C_0 = \varepsilon_0 a^2/d$, जहाँ ε_0 मुक्त आकाश की विद्युतशीलता (permittivity) है|



नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें|

List-I	**List-II**
(P) S_2 एवं S_3 को वियोजित (not connected) रखने पर, S_1 एवं S_4 के बीच की धारिता का मान है	(1) $3C_0$
(Q) S_2 को S_3 से लघुपथित (short) करने पर, S_1 एवं S_4 के बीच की धारिता का मान है	(2) $C_0/2$
(R) S_2 को S_4 से लघुपथित (short) करने पर, S_1 एवं S_3 के बीच की धारिता का मान है	(3) $C_0/3$
(S) S_3 को S_1 से एवं S_2 को S_4 से लघुपथित (short) करने पर, S_1 एवं S_2 के बीच की धारिता का मान है	(4) $2C_0/3$
	(5) $2C_0$

(A) $P \to 3;\ Q \to 2;\ R \to 4;\ S \to 5$
(B) $P \to 2;\ Q \to 3;\ R \to 2;\ S \to 1$
(C) $P \to 3;\ Q \to 2;\ R \to 4;\ S \to 1$
(D) $P \to 3;\ Q \to 2;\ R \to 2;\ S \to 5$

ZOLLEGE

Q.16 प्रकाश की एक किरण n अपवर्तनांक वाले एक गोले की सतह पर आपतन कोण θ_0 पर आपतित होती है| यह किरण आंशिक रूप से गोले में अपवर्तन कोण ϕ_0 से अपवर्तित होकर आंशिक रूप से गोले की पिछली सतह से परावर्तित होती है| यह परावर्तित किरण इसके पश्चात् आंशिक अपवर्तन के बाद गोले से बाहर निकल जाती है| इस निकली हुयी किरण का आपतित किरण के सापेक्ष पूर्ण विचलन कोण α है| नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें|

List-I	**List-II**
(P) यदि $n = 2$ एवं $\alpha = 180°$, तो θ_0 के सभी संभव मान होंगे	(1) 30° और 0°
(Q) यदि $n = \sqrt{3}$ एवं $\alpha = 180°$, तो θ_0 के सभी संभव मान होंगे	(2) 60° और 0°
(R) यदि $n = \sqrt{3}$ एवं $\alpha = 180°$, तो ϕ_0 के सभी संभव मान होंगे	(3) 45° और 0°
(S) यदि $n = \sqrt{2}$ एवं $\theta_0 = 45°$, तो α के सभी संभव मान होंगे	(4) 150°
	(5) 0°

(A) $P \rightarrow 5;\ Q \rightarrow 2;\ R \rightarrow 1;\ S \rightarrow 4$

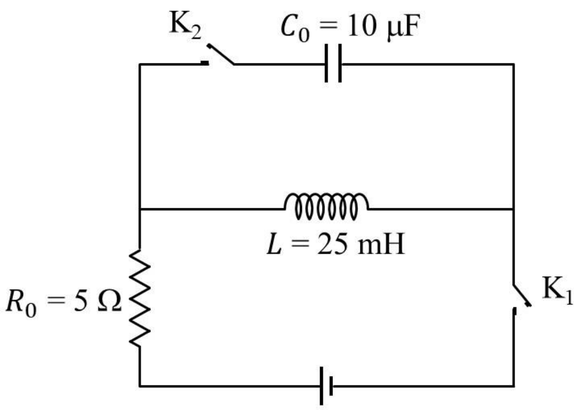
(B) $P \rightarrow 5;\ Q \rightarrow 1;\ R \rightarrow 2;\ S \rightarrow 4$

(C) $P \rightarrow 3;\ Q \rightarrow 2;\ R \rightarrow 1;\ S \rightarrow 4$

(D) $P \rightarrow 3;\ Q \rightarrow 1;\ R \rightarrow 2;\ S \rightarrow 5$

ZOLLEGE

Q.17 चित्र में दिखाए गए परिपथ में एक प्रेरक L, एक संधारित्र C_0 एवं एक प्रतिरोधक R_0, एक आदर्श बैटरी के साथ जुड़े हैं| परिपथ में दो कुंजियाँ K_1 एवं K_2 भी लगी हैं| प्रारंभ में परिपथ में दोनों कुंजियाँ खुली अवस्था में है एवं संधारित्र अनावेशित है| किसी क्षण, कुंजी K_1 को बंद किया जाता है और उसके तुरंत बाद R_0 में धारा I_1 मापी जाती है जिसका, बहुत देर बाद, स्थायी अवस्था में, मान I_2 हो जाता है| तत्पश्चात् कुंजी K_2 को बंद करते हैं एवं उसी समय कुंजी K_1 को खोलने पर C_0 की वोल्टता (voltage), आयाम V_0 एवं कोणीय आवृत्ति ω_0 से, दोलन करती है|



नीचे दिए गए List-I की प्रत्येक प्रविष्टि का List-II की उचित प्रविष्टि से मेल कर सही विकल्प चुनें|

List-I	List-II
(P) I_1 का मान ऐम्पियर में है	(1) 0
(Q) I_2 का मान ऐम्पियर में है	(2) 2
(R) ω_0 का मान kilo-radians/s में है	(3) 4
(S) V_0 का मान वोल्ट (Volt) में है	(4) 20
	(5) 200

(A) $P \rightarrow 1;\ Q \rightarrow 3;\ R \rightarrow 2;\ S \rightarrow 5$
(B) $P \rightarrow 1;\ Q \rightarrow 2;\ R \rightarrow 3;\ S \rightarrow 5$
(C) $P \rightarrow 1;\ Q \rightarrow 3;\ R \rightarrow 2;\ S \rightarrow 4$
(D) $P \rightarrow 2;\ Q \rightarrow 5;\ R \rightarrow 3;\ S \rightarrow 4$

END OF THE QUESTION PAPER

ZOLLEGE

खंड 1 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही सही उत्तर है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर से संबंधित विकल्प को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक :+3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |
  शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में|

Q.1 300 K ताप पर एक बंद पात्र में 10 g आदर्श गैस **X** भरी है, जिसका दाब 2 atm है | जब समान ताप पर इसमें 80 g एक दूसरी आदर्श गैस **Y** मिलाई जाती है, तो दाब 6 atm हो जाता है। 300 K ताप पर **X** तथा **Y** के वर्ग माध्य मूल वेगों (root mean square velocities) का अनुपात है

(A) $2\sqrt{2} : \sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{2} : 1$ (C) $1 : 2$ (D) $2 : 1$

Q.2 कमरे के तापमान पर, स्वस्थान (*in situ*) पर निर्मित नाइट्रस अम्ल (nitrous acid, HNO_2) के एक जलीय विलयन का असमानुपातन (disproportionation) से बनने वाले स्पीशीज़ (species) हैं

(A) H_3O^+, NO_3^- तथा NO

(B) H_3O^+, NO_3^- तथा NO_2

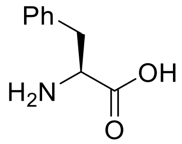
(C) H_3O^+, NO^- तथा NO_2

(D) H_3O^+, NO_3^- तथा N_2O

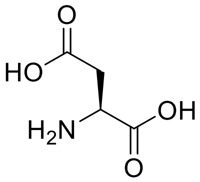
ZOLLEGE

Q.3 एस्पार्टेम (aspartame) एक कृत्रिम मधुरक है। यह एक डाईपेप्टाइड एस्पार्टिल फेनिलऐलानिन मेथिल एस्टर (aspartyl phenylalanine methyl ester) है। एस्पार्टेम की सरंचना है

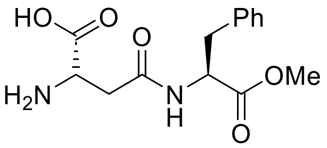
फेनिलऐलानिन (phenylalanine) और एसपार्टिक अम्ल (aspartic acid) की सरंचनाएं नीचे दी गई हैं।

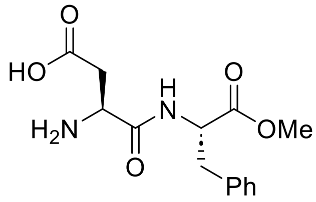


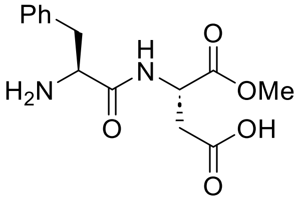
Phenylalanine

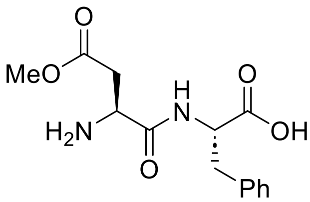


Aspartic acid

(A)


(B)


(C)


(D)


Q.4 नीचे दिए गए विकल्पों में से उस विकल्प का चयन करें जिसमें **Set-I** का प्रत्येक संकुल ज्यामितीय समावयवता (geometrical isomerization) दर्शाता है तथा **Set-II** के संकुल एक दूसरे के आयनन समावयवी (ionization isomers) हैं।

[en = $H_2NCH_2CH_2NH_2$]

(A) **Set-I**: $[Ni(CO)_4]$ तथा $[PdCl_2(PPh_3)_2]$
Set-II: $[Co(NH_3)_5Cl]SO_4$ तथा $[Co(NH_3)_5(SO_4)]Cl$

(B) **Set-I**: $[Co(en)(NH_3)_2Cl_2]$ तथा $[PdCl_2(PPh_3)_2]$
Set-II: $[Co(NH_3)_6][Cr(CN)_6]$ तथा $[Cr(NH_3)_6][Co(CN)_6]$

(C) **Set-I**: $[Co(NH_3)_3(NO_2)_3]$ तथा $[Co(en)_2Cl_2]$
Set-II: $[Co(NH_3)_5Cl]SO_4$ तथा $[Co(NH_3)_5(SO_4)]Cl$

(D) **Set-I**: $[Cr(NH_3)_5Cl]Cl_2$ तथा $[Co(en)(NH_3)_2Cl_2]$
Set-II: $[Cr(H_2O)_6]Cl_3$ तथा $[Cr(H_2O)_5Cl]Cl_2 \cdot H_2O$

ZOLLEGE

खंड 2 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में तीन **(03)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए **चार** विकल्प (A), (B), (C) और (D) दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही उत्तर है (हैं) |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए दिए हुए विकल्पों में से सही उत्तर (उत्तरों) से संबंधित विकल्प (विकल्पों) को चुनिए |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

  पूर्ण अंक :+4 यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है |
  आंशिक अंक : +3 यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया हैं |
  आंशिक अंक : +2 यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया हैं और दोनों चुने हुए विकल्प सही विकल्प हैं |
  आंशिक अंक : +1 यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प एक सही विकल्प है|
  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |
  ऋण अंक : −2 अन्य सभी परिस्थितियों में |
- उदाहरण: यदि किसी प्रश्न के लिए केवल विकल्प (A), (B) और (D) सही विकल्प हैं ,तब
  केवल विकल्प (A), (B) और (D) चुनने पर +4 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (B) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) और (D) चुनने पर +2 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (A) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (B) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे;
  केवल विकल्प (D) चुनने पर +1 अंक मिलेंगे ;
  कोई भी विकल्प ना चुनने पर (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित रहने पर) 0 अंक मिलेंगे; और
  अन्य किसी विकल्पों के संयोजन को चुनने पर −2 अंक मिलेंगे |

Q.5 परमाणु में उपस्थित इलेक्ट्रॉन्स के लिए, निम्नलिखित में से सही कथन है(हैं)

(A) अनिश्चितता का सिद्धांत (Uncertainty principle) इलेक्ट्रॉन्स के निश्चित मार्ग के अस्तित्व का खंडन करता है।

(B) परमाणु के $2s$ कक्षक में स्थित इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा, नाभिक से अनंत दूरी पर स्थित इलेक्ट्रॉन की उर्जा से कम होती है।

(C) बोर मॉडल (Bohr's model) के अनुसार, इलेक्ट्रान की ऊर्जा का सबसे अधिक ऋणात्मक मान $n = 1$ के लिए होता है और यह कक्षा सबसे अधिक स्थायी होती है।

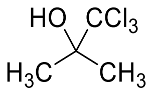
(D) बोर मॉडल (Bohr's model) के अनुसार, इलेक्ट्रॉन्स के वेग का परिमाण n के बढ़ने के साथ बढ़ता है।

ZOLLEGE

Q.6 आइसो-प्रोपिलबेंजीन (iso-propylbenzene) की O_2 से अभिक्रिया होने के पश्चात H_3O^+ से विवेचन (treatment) करने से फिनॉल (phenol) और एक सह-उत्पाद **P** बनता है. **P** की अभिक्रिया Cl_2 के 3 तुल्यांक के साथ होने पर यौगिक **Q** बनता है। **Q** का $Ca(OH)_2$ से विवेचन करने पर यौगिक **R** और एक कैल्शियम लवण **S** बनते हैं।

P, Q, R तथा **S** के संबंध में सही कथन है (हैं)।

(A) KOH की उपस्थिति में **P** और **R** की अभिक्रिया होने के पश्चात अम्लीकरण (acidification) करने पर



मिलता है।

(B) प्रकाश की उपस्थिति में **R** की O_2 से अभिक्रिया करने पर फास्जीन (phosgene) गैस उत्पन्न होती है।

(C) **Q** जलीय NaOH से अभिक्रिया करके Cl_3CCH_2OH तथा $Cl_3CCOONa$ बनाता है।

(D) **S** को गर्म करने पर **P** मिलता है।

Q.7 दिए गए विकल्पों में से कौन से विकल्प (विकल्पों) में कम से कम तीन अणु अष्टक नियम (Octet Rule) का पालन करते हैं

(A) CO_2, C_2H_4, NO तथा HCl

(B) NO_2, O_3, HCl तथा H_2SO_4

(C) BCl_3, NO, NO_2 तथा H_2SO_4

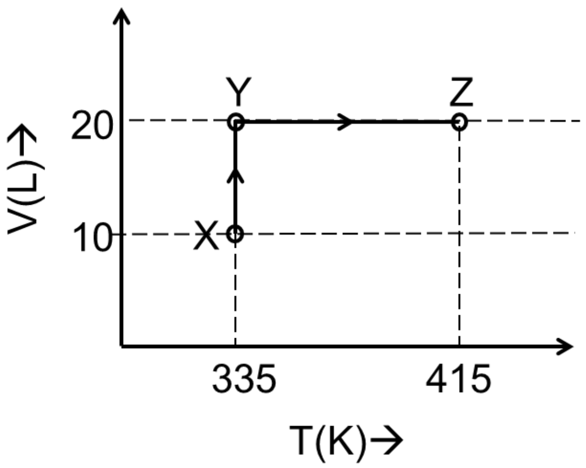
(D) CO_2, BCl_3, O_3 तथा C_2H_4

ZOLLEGE

खंड 3 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं |
- प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक **गैर-ऋणात्मक पूर्णांक (NON-NEGATIVE INTEGER)** है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उत्तर को दर्शाने वाले सही पूर्णांक को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल नुमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए चिन्हित स्थान पर प्रविष्ट करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :
  पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ़ सही पूर्णांक (integer) ही प्रविष्ट किया गया है |
  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.8 निम्नलिखित आयतन–ताप (V–T) के आरेख पर विचार करें, जो कि एक आदर्श एकपरमाणुक (monoatomic) गैस के 5 मोलों (moles) के प्रसार को दर्शाता है।



सिर्फ P-V कार्य को शामिल करने पर विचार करते हुए, **X→Y→Z** के अनुक्रम में अवस्था के रूपांतरण में एन्थैल्पी (Joule में) में कुल परिवर्तन _______ है।

[दिए गये आंकड़ो (data) का उपयोग करें: दिए गए तापमान रेंज (temperature range) के लिए मोलर ऊष्माधारिता, $C_{V,m}$ = 12 J K^{-1} mol^{-1} है तथा गैस नियतांक, R = 8.3 J K^{-1} mol^{-1}]

ZOLLEGE

Q.9 निम्नलिखित अभिक्रिया पर विचार करें

$$2H_2(g) + 2NO(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(g)$$

जो कि नीचे दी गयी क्रियाविधि (mechanism) का अनुसरण करती है

$$2NO(g) \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} N_2O_2(g)$$ (तीव्र साम्यावस्था)

$$N_2O_2(g) + H_2(g) \xrightarrow{k_2} N_2O(g) + H_2O(g)$$ (मंद अभिक्रिया)

$$N_2O(g) + H_2(g) \xrightarrow{k_3} N_2(g) + H_2O(g)$$ (तीव्र अभिक्रिया)

अभिक्रिया की कोटि _____ है।

Q.10 सान्द्र NaOH की उपस्थिति में गर्म करते हुए, एसिटैल्डिहाइड (acetaldehyde) की फॉर्मेल्डिहाइड (formaldehyde) की अधिक मात्रा के साथ पूर्ण अभिक्रिया होने पर **P** और **Q** बनते हैं। **P** टॉलेन परीक्षण (Tollens' test) नहीं देता है, जबकि **Q** अम्लीकरण करने पर टॉलेन परीक्षण देता है। उत्प्रेरक मात्रा में *p*-toluenesulfonic acid (PTSA) की उपस्थिति में, साइक्लोहेक्सेनोन की अधिक मात्रा से **P** का विवेचन (treatment) करने पर उत्पाद **R** बनता है।

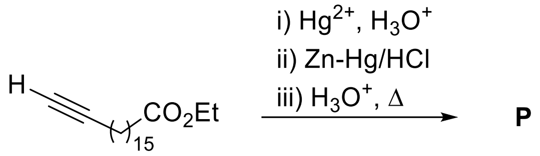
R में कुल मेथिलीन समूहों (Methylene groups, $-CH_2-$) और ऑक्सीजन परमाणुओं की संख्या का योग _____ है।

Q.11 $V(CO)_6$, $Cr(CO)_5$, $Cu(CO)_3$, $Mn(CO)_5$, $Fe(CO)_5$, $[Co(CO)_3]^{3-}$, $[Cr(CO)_4]^{4-}$, तथा $Ir(CO)_3$ में $Ni(CO)_4$ के समइलेक्ट्रॉनिक स्पीशीज़ (isoelectronic species) की कुल संख्या _____ है।

[दिया है, परमाणु क्रमांक (Atomic number): V = 23, Cr = 24, Mn = 25, Fe = 26, Co = 27, Ni = 28, Cu = 29, Ir = 77]

ZOLLEGE

Q.12 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम से मुख्य उत्पाद **P** बनता है।



एक अम्ल उत्प्रेरक की उपस्थिति में, ग्लिसरॉल यौगिक **P** की अधिक मात्रा से पूर्ण अभिक्रिया करके **Q** बनाता है | NaOH की अधिक मात्रा से **Q** की अभिक्रिया होने के पश्चात $CaCl_2$ से विवेचन (treatment) करने पर मात्रात्मकत: (quantitatively) Ca-साबुन **R** बनता है।

Q के एक मोल से अभिक्रिया शुरू करने पर, निर्मित **R** की मात्रा ग्राम में _____ है।

[दिया है, परमाणु भार (Atomic weight): H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Na = 23, Cl = 35, Ca = 40]

Q.13 निम्नलिखित संकुलों (complexes) में प्रतिचुम्बकीय स्पीशीज (diamagnetic species) की कुल संख्या _______ है।

$[Mn(NH_3)_6]^{3+}$, $[MnCl_6]^{3-}$, $[FeF_6]^{3-}$, $[CoF_6]^{3-}$, $[Fe(NH_3)_6]^{3+}$, तथा $[Co(en)_3]^{3+}$

[दिया है, परमाणु क्रमांक (Atomic number): Mn = 25, Fe = 26, Co = 27;
en = $H_2NCH_2CH_2NH_2$]

ZOLLEGE

खंड 4 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **चार (04)** सूची-सुमेलन (Matching List) सेट्स (sets) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन (set) में **एक (01)** एकाधिक विकल्प प्रश्न (Multiple Choice Question) हैं।
- प्रत्येक सूची-सुमेलन सेट में **दो** सूचियाँ हैं: **सूची-I** और **सूची-II**
- **सूची-I** में **चार (04)** प्रविष्टियाँ (P), (Q), (R) और (S) हैं एवं सूची-II में **पाँच (05)** प्रविष्टियाँ (1), (2), (3), (4) और (5) हैं।
- प्रत्येक एकाधिक विकल्प **प्रश्न** में **सूची-I** और **सूची-II** पर आधारित चार विकल्प दिए गए हैं और इन विकल्पों में से **केवल एक** विकल्प ही एकाधिक विकल्प **प्रश्न** की शर्त पूरा करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न योजना के अनुसार होगा :

पूर्ण अंक	:	$+3$	यदि सिर्फ़ सही विकल्प को ही चुना गया है।
शून्य अंक	:	0	यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।
ऋण अंक	:	-1	अन्य सभी परिस्थितियों में।

ZOLLEGE

Q.14 चालकता मूलक अनुमापन (conductometric titration) में अधिक सांद्रता के अनुमापक (titrant) की कम मात्रा को कम सांद्रता के अनुमाप्य (titrate) की अधिक मात्रा में पदशः (stepwise) मिलाते हैं, तथा प्रत्येक पद में अनुमाप्य को मिलाने पर चालकता को मापते हैं।
विभिन्न आयनों की जलीय विलयन में सीमांत आयनिक चालकता (Λ_0, limiting ionic conductivity) का मान mS m^2 mol^{-1} मात्रक में नीचे दिया गया है।

Ions	Ag^+	K^+	Na^+	H^+	NO_3^-	Cl^-	SO_4^{2-}	OH^-	CH_3COO^-
Λ_0	6.2	7.4	5.0	35.0	7.2	7.6	16.0	19.9	4.1

सूची–I में दिए गए अनुमाप्यों (titrate) तथा अनुमापकों (titrant) के विभिन्न संयोगो (combinations) के लिए **सूची– II** में "चालकता" तथा "अनुमापक का आयतन" के मध्य आरेख (graphs) दिए गए हैं।
सूची–I में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची–II** में दी गयी उपयुक्त प्रविष्टि के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

सूची–I

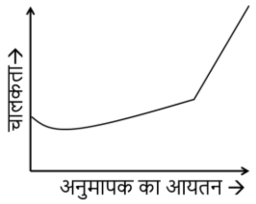
(P) अनुमाप्य: KCl
अनुमापक: $AgNO_3$

(Q) अनुमाप्य: $AgNO_3$
अनुमापक: KCl

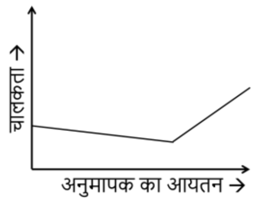
(R) अनुमाप्य: NaOH
अनुमापक: HCl

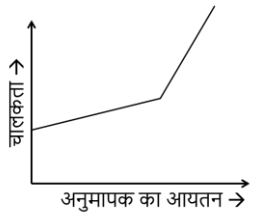
(S) अनुमाप्य: NaOH
अनुमापक: CH_3COOH

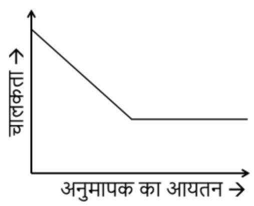
सूची–II

(1)


(2)

(3)


(4)


(5)


(A) P-4, Q-3, R-2, S-5

(B) P-2, Q-4, R-3, S-1

(C) P-3, Q-4, R-2, S-5

(D) P-4, Q-3, R-2, S-1

Q.15 **VSEPR** मॉडल के अनुसार, **सूची–I** में दिए गए जिनान (xenon) के यौगिकों का **सूची–II** में दी गयी ज्यमितीयों (geometries) और xenon पर इलेक्ट्रान युगलों (lone pairs of electrons) की संख्या के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

सूची–I	**सूची–II**
(P) XeF_2	(1) त्रिकोणीय द्विपिरामिडी (Trigonal bipyramidal) और दो इलेक्ट्रान युगल
(Q) XeF_4	(2) चतुष्फलकीय (Tetrahedral) और एक इलेक्ट्रान युगल
(R) XeO_3	(3) अष्टफलकीय (Octahedral) और दो इलेक्ट्रान युगल
(S) XeO_3F_2	(4) त्रिकोणीय द्विपिरामिडी (Trigonal bipyramidal) और बिना इलेक्ट्रान युगल
	(5) त्रिकोणीय द्विपिरामिडी (Trigonal bipyramidal) और तीन इलेक्ट्रान युगल

(A) P-5, Q-2, R-3, S-1

(B) P-5, Q-3, R-2, S-4

(C) P-4, Q-3, R-2, S-1

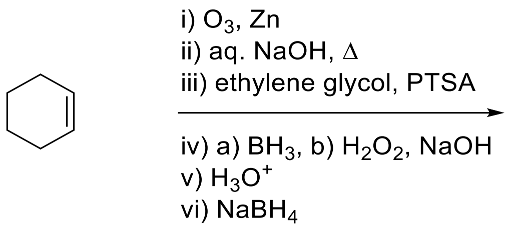
(D) P-4, Q-2, R-5, S-3

ZOLLEGE

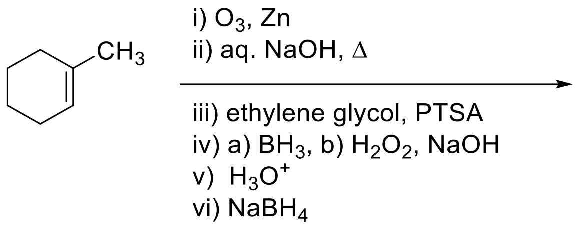
Q.16 **सूची–I** में विभिन्न अभिक्रियाओं के अनुक्रम दिए गए हैं और **सूची–II** में संभावित उत्पाद दिए गए हैं। **सूची–I** में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची–II** में दी गयी उपयुक्त प्रविष्टि के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

सूची–I

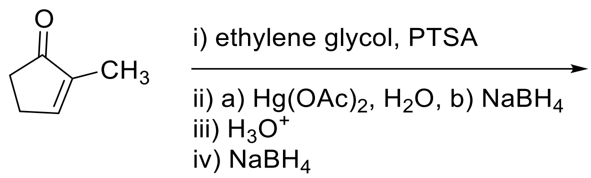
(P)



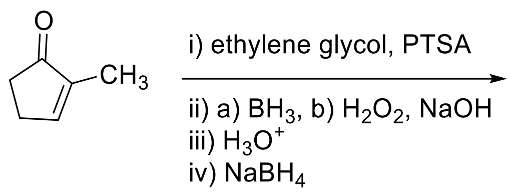
(Q)



(R)

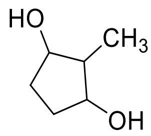


(S)

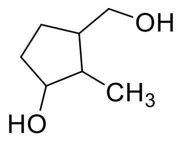


सूची–II

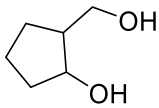
(1)



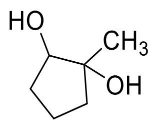
(2)



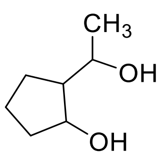
(3)



(4)



(5)



(A) P-3, Q-5, R-4, S-1

(B) P-3, Q-2, R-4, S-1

(C) P-3, Q-5, R-1, S-4

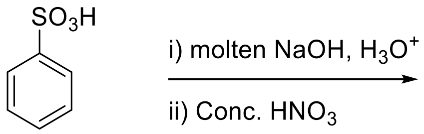
(D) P-5, Q-2, R-4, S-1

ZOLLEGE

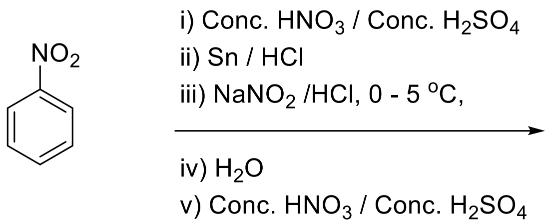
Q.17 **सूची–I** में विभिन्न अभिक्रियाओं के अनुक्रम और **सूची–II** में विभिन्न फिनोलिक (phenolic) यौगिक दिए गए हैं। **सूची–I** में दी गयी प्रत्येक प्रविष्टि का **सूची–II** में दी गयी उपयुक्त प्रविष्टि के साथ मेल करें तथा सही विकल्प का चयन करें।

सूची–I

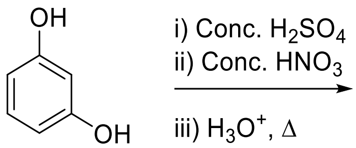
(P)



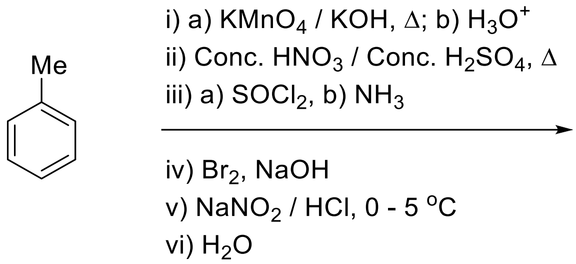
(Q)



(R)

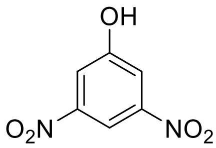


(S)

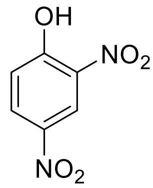


सूची–II

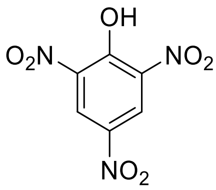
(1)



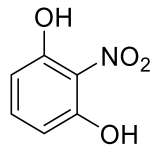
(2)



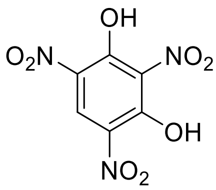
(3)



(4)



(5)



(A) P-2, Q-3, R-4, S-5

(B) P-2, Q-3, R-5, S-1

(C) P-3, Q-5, R-4, S-1

(D) P-3, Q-2, R-5, S-4

END OF THE QUESTION PAPER

ZOLLEGE