Series QSS4R/4

Set – 3

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/4/3**

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।*
- *कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।*
- *प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।*
- ***कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।***
- *इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।*
- *Please check that this question paper contains **23** printed pages.*
- *Please check that this question paper contains **38** questions.*
- *Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.*
- ***Please write down the serial number of the question in the answer-book before attempting it.***
- *15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.*

गणित
MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **3** घण्टे*
*Time allowed : **3** hours*

*अधिकतम अंक : **80***
*Maximum Marks : **80***

ZOLLEGE

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

*(i) इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

*(ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – खण्ड **क, ख, ग, घ** तथा **ङ ।***

*(iii) **खण्ड-क** में प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या 19 एवं 20 अभिकथन एवं तर्क आधारित 1 अंक के प्रश्न हैं ।*

*(iv) **खण्ड-ख** में प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के 2 अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(v) **खण्ड-ग** में प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के 3 अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(vi) **खण्ड-घ** में प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के 5 अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(vii) **खण्ड-ङ** में प्रश्न संख्या 36 से 38 तक प्रकरण अध्ययन आधारित 4 अंकों के प्रश्न हैं ।*

*(viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड-**ख** के 2 प्रश्नों में, खण्ड-**ग** के 3 प्रश्नों में, खण्ड-**घ** के 3 प्रश्नों में तथा खण्ड-**ङ** के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

*(ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड – क

इस खण्ड में **20** बहुविकल्पी प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न का **1** अंक है । **20 × 1 = 20**

1. यदि $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ दो ऐसे सदिश हैं कि $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$ है, तो $2\vec{a}$ तथा $-\vec{b}$ के बीच का कोण है :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{11\pi}{6}$

ZOLLEGE

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question Paper contains* ***38*** *questions.* ***All*** *questions are* ***compulsory****.*

(ii) *Question Paper is divided into* ***five*** *Sections – Section* ***A, B, C, D*** *and* ***E****.*

(iii) *In* ***Section A*** *– Questions no.* ***1*** *to* ***18*** *are Multiple Choice Questions (MCQs) and Questions no.* ***19*** *&* ***20*** *are Assertion-Reason based questions of* ***1*** *mark each.*

(iv) *In* ***Section B*** *– Questions no.* ***21*** *to* ***25*** *are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying* ***2*** *marks each.*

(v) *In* ***Section C*** *– Questions no.* ***26*** *to* ***31*** *are Short Answer (SA) type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

(vi) *In* ***Section D*** *– Questions no.* ***32*** *to* ***35*** *are Long Answer (LA) type questions, carrying* ***5*** *marks each.*

(vii) *In* ***Section E*** *– Questions no.* ***36*** *to* ***38*** *are case study based questions, carrying* ***4*** *marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in* ***2*** *questions in Section* ***B****,* ***3*** *questions in Section* ***C****,* ***3*** *questions in Section* ***D*** *and* ***2*** *questions in Section* ***E****.*

(ix) *Use of calculators is* ***not*** *allowed.*

SECTION – A

This section consists of **20** multiple choice questions of **1** mark each. **20 × 1 = 20**

1. If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are two vectors such that $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, then the angle between $2\vec{a}$ and $-\vec{b}$ is :

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{11\pi}{6}$

ZOLLEGE

2. सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तथा $\vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$ जिस त्रिभुज की भुजाओं को निरूपित करते हैं, वह है :

(A) एक समबाहु त्रिभुज
(B) एक अधिक–कोण त्रिभुज
(C) एक समद्विबाहु त्रिभुज
(D) एक समकोण त्रिभुज

3. माना $\vec{a}$ एक ऐसा सदिश है जिसके लिए $|\vec{a}| = a$ है, तो

$|\vec{a} \times \hat{i}|^2 + |\vec{a} \times \hat{j}|^2 + |\vec{a} \times \hat{k}|^2$ का मान है

(A) a^2
(B) $2a^2$
(C) $3a^2$
(D) 0

4. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है तथा $A^2 + 7I = kA$ है, तो k का मान है :

(A) 1
(B) 2
(C) 5
(D) 7

5. माना $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ तथा $B = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$ । यदि AB = I है, तो λ का मान है :

(A) $\frac{-9}{4}$
(B) –2
(C) $\frac{-3}{2}$
(D) 0

6. x^2 का x^3 के सापेक्ष अवकलज है :

(A) $\frac{2}{3x}$
(B) $\frac{3x}{2}$
(C) $\frac{2x}{3}$
(D) $6x^5$

7. फलन $f(x) = |x| + |x - 2|$

(A) संतत है, परन्तु $x = 0$ तथा $x = 2$ पर अवकलनीय नहीं है ।
(B) अवकलनीय है, परन्तु $x = 0$ तथा $x = 2$ पर संतत नहीं है ।
(C) संतत है, परन्तु केवल $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है ।
(D) न तो संतत है और न ही $x = 0$ तथा $x = 2$ पर अवकलनीय है ।

ZOLLEGE

2. The vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $\vec{c} = -3\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k}$ represents the sides of

(A) an equilateral triangle
(B) an obtuse-angled triangle
(C) an isosceles triangle
(D) a right-angled triangle

3. Let $\vec{a}$ be any vector such that $|\vec{a}| = a$. The value of

$$|\vec{a} \times \hat{i}|^2 + |\vec{a} \times \hat{j}|^2 + |\vec{a} \times \hat{k}|^2 \text{ is :}$$

(A) a^2
(B) $2a^2$
(C) $3a^2$
(D) 0

4. If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ and $A^2 + 7I = kA$, then the value of k is :

(A) 1
(B) 2
(C) 5
(D) 7

5. Let $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ and $B = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$. If AB = I, then the value of λ is :

(A) $\frac{-9}{4}$
(B) -2
(C) $\frac{-3}{2}$
(D) 0

6. Derivative of x^2 with respect to x^3, is :

(A) $\frac{2}{3x}$
(B) $\frac{3x}{2}$
(C) $\frac{2x}{3}$
(D) $6x^5$

7. The function $f(x) = |x| + |x - 2|$ is

(A) continuous, but not differentiable at $x = 0$ and $x = 2$.
(B) differentiable but not continuous at $x = 0$ and $x = 2$.
(C) continuous but not differentiable at $x = 0$ only.
(D) neither continuous nor differentiable at $x = 0$ and $x = 2$.

ZOLLEGE

8. $\int_{0}^{\pi} \tan^2\left(\frac{\theta}{3}\right) d\theta$ का मान है :

(A) $\pi + \sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3} - \pi$

(C) $\sqrt{3} - \pi$ (D) $\pi - \sqrt{3}$

9. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = 0, x \neq 0$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\frac{2}{x}$ (B) x^2

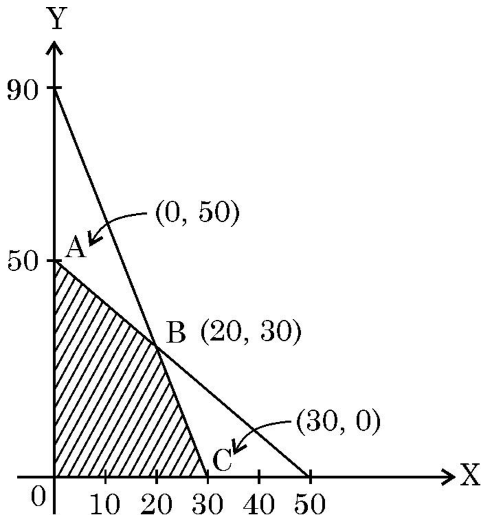
(C) $e^{\frac{2}{x}}$ (D) $e^{\log(2x)}$

10. रेखाएँ $\frac{1-x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$ तथा $\frac{2x-3}{2p} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$, p के जिस मान के लिए परस्पर लंबवत हैं, वह है :

(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) 2 (D) 3

11. रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) जिसका सुसंगत क्षेत्र दर्शाया गया है, के उद्देश्य फलन $Z = 4x + y$ का अधिकतम मान है :



(A) 50 (B) 110

(C) 120 (D) 170

ZOLLEGE

8. The value of $\int_0^{\pi} \tan^2\left(\frac{\theta}{3}\right) d\theta$ is :

(A) $\pi + \sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3} - \pi$

(C) $\sqrt{3} - \pi$ (D) $\pi - \sqrt{3}$

9. The integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = 0, x \neq 0$ is :

(A) $\frac{2}{x}$ (B) x^2

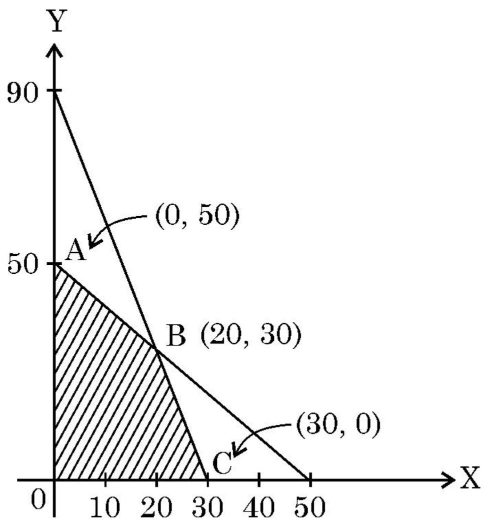
(C) $e^{\frac{2}{x}}$ (D) $e^{\log(2x)}$

10. The lines $\frac{1-x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$ and $\frac{2x-3}{2p} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{7}$ are perpendicular to each other for p equal to :

(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$

(C) 2 (D) 3

11. The maximum value of Z = $4x$ + y for a L.P.P. whose feasible region is given below is :



(A) 50 (B) 110

(C) 120 (D) 170

ZOLLEGE

12. यदि एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन, निम्न है :

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	k	0.1

जहाँ k एक अज्ञात अचर है ।

तो यादृच्छिक चर X का मान 2 होने की प्रायिकता है

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{4}{5}$ (D) 1

13. फलन $f(x) = kx - \sin x$, निरंतर वर्धमान है, यदि

(A) $k > 1$ (B) $k < 1$

(C) $k > -1$ (D) $k < -1$

14. एक रेखा का कार्तीय समीकरण, जो एक बिंदु जिसका स्थिति सदिश $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ है, से होकर जाती है तथा रेखा $\vec{r} = \hat{i} + \hat{k} + \mu(2\hat{i} - \hat{j})$ के समांतर है, है :

(A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{1}$ (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{0}$

(C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{0}$ (D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{0}$

15. यदि $\begin{bmatrix} a & c & 0 \\ b & d & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ एक अदिश आव्यूह (scalar matrix) है, तो a + 2b + 3c + 4d का मान है

(A) 0 (B) 5

(C) 10 (D) 25

16. दिया है कि $A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो आव्यूह A है :

(A) $7\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\frac{1}{49}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

ZOLLEGE

12. The probability distribution of a random variable X is :

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	k	0.1

where k is some unknown constant.

The probability that the random variable X takes the value 2 is :

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{4}{5}$ (D) 1

13. The function $f(x) = kx - \sin x$ is strictly increasing for

(A) $k > 1$ (B) $k < 1$

(C) $k > -1$ (D) $k < -1$

14. The Cartesian equation of a line passing through the point with position vector $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ and parallel to the line $\vec{r} = \hat{i} + \hat{k} + \mu(2\hat{i} - \hat{j})$, is

(A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z}{1}$ (B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{0}$

(C) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{0}$ (D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{0}$

15. If $\begin{bmatrix} a & c & 0 \\ b & d & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ is a scalar matrix, then the value of a + 2b + 3c + 4d is :

(A) 0 (B) 5

(C) 10 (D) 25

16. Given that $A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$, matrix A is :

(A) $7\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

(C) $\frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\frac{1}{49}\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

ZOLLEGE

17. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$ है, तो $I - A + A^2 - A^3 + ...$ है

(A) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

18. अवकल समीकरण $(x + 2y^2) \dfrac{dy}{dx} = y \ (y > 0)$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\dfrac{1}{x}$

(B) x

(C) y

(D) $\dfrac{1}{y}$

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

प्रश्न संख्या **19** एवं **20** में एक अभिकथन (A) के बाद एक तर्क (R) दिया है । निम्न में से सही उत्तर चुनिए :

(A) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं । तर्क (R) अभिकथन (A) की पूरी व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सत्य हैं । तर्क (R) अभिकथन (A) की पूरी व्याख्या नहीं करता ।

(C) अभिकथन (A) सत्य है, परन्तु तर्क (R) असत्य है ।

(D) अभिकथन (A) असत्य है जबकि तर्क (R) सत्य है ।

19. **अभिकथन (A) :** संबंध $R = \{(x, y) : (x + y)$ एक अभाज्य संख्या है तथा $x, y \in N\}$ एक स्वतुल्य संबंध नहीं है ।

तर्क (R) : सभी प्राकृत संख्याओं n के लिए, 2n एक भाज्य संख्या है ।

ZOLLEGE

17. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$, then the value of $I - A + A^2 - A^3 + \ldots$ is :

(A) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

18. The integrating factor of the differential equation $(x + 2y^2) \frac{dy}{dx} = y \ (y > 0)$ is :

(A) $\frac{1}{x}$

(B) x

(C) y

(D) $\frac{1}{y}$

ASSERTION-REASON BASED QUESTIONS

Questions No. **19** & **20**, are Assertion (A) and Reason (R) based questions carrying **1** mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R).

Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below :

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

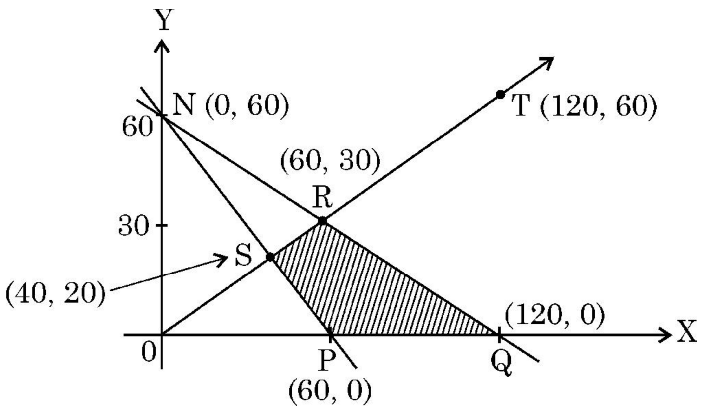
19. **Assertion (A) :** The relation $R = \{(x, y) : (x + y)$ is a prime number and $x, y \in N\}$ is not a reflexive relation.

Reason (R) : The number '2n' is composite for all natural numbers n.

ZOLLEGE

20. **अभिकथन (A) :** किसी LPP के लिए परिबद्ध सुसंगत क्षेत्र के कोणीय बिंदु दर्शाए गए हैं ।

$Z = x + 2y$ का अधिकतम मान अनन्त बिंदुओं पर हैं ।



तर्क (R) : एक LPP जिसका सुसंगत क्षेत्र परिबद्ध हो, का इष्टतम हल कोणीय बिंदु पर होता है ।

खण्ड – ख

इस खण्ड में **5** अति लघु उत्तर वाले प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **2** अंक हैं ।

21. (a) यदि $y = \cos^3 (\sec^2 2t)$ है, तो $\frac{dy}{dt}$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

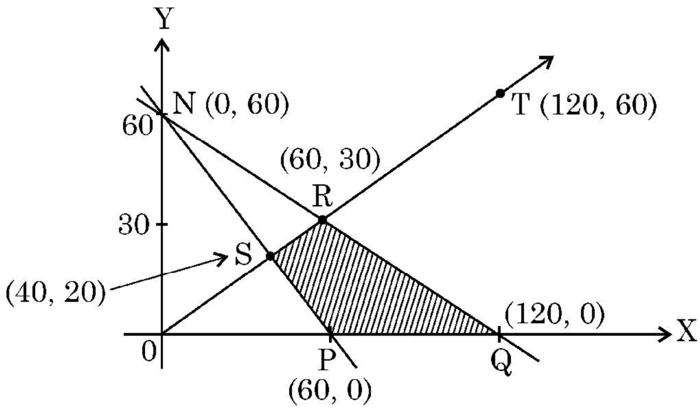
(b) यदि $x^y = e^{x-y}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$.

22. एक घन का आयतन 6 cm^3/s की दर से बढ़ रहा है । घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है, जब इसके किनारे की लंबाई 8 cm है ?

23. दर्शाइए कि $f(x) = \sin x + \cos x$ द्वारा प्रदत्त फलन f, अंतराल $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$ में निरंतर ह्रासमान है ।

ZOLLEGE

20. **Assertion (A) :** The corner points of the bounded feasible region of a L.P.P. are shown below. The maximum value of Z = x + 2y occurs at infinite points.



Reason (R) : The optimal solution of a LPP having bounded feasible region must occur at corner points.

SECTION – B

In this section there are **5** very short answer type questions of **2** marks each.

21. (a) If $y = \cos^3 (\sec^2 2t)$, find $\frac{dy}{dt}$.

OR

(b) If $x^y = e^{x-y}$, prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log x}{(1 + \log x)^2}$.

22. The volume of a cube is increasing at the rate of 6 cm^3/s. How fast is the surface area of cube increasing, when the length of an edge is 8 cm ?

23. Show that the function f given by $f(x) = \sin x + \cos x$, is strictly decreasing in the interval $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$.

ZOLLEGE

24. (a) $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ के लिए $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right)$ को सरलतम रूप में व्यक्त कीजिए।

अथवा

(b) $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।

25. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2-4)}\, dx$

खण्ड – ग

इस खण्ड में **6** लघु-उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के **3** अंक हैं।

26. दिया है कि $y = (\cos x)^x + \cos^{-1}\sqrt{x}$, $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

27. (a) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = y \cot 2x$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$।

अथवा

(b) अवकल समीकरण $(x\, e^{\frac{y}{x}} + y)\, dx = x\, dy$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y = 1$ है जब $x = 1$ है।

28. ज्ञात कीजिए : $\int \sec^3 \theta\, d\theta$

ZOLLEGE

24. (a) Express $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1-\sin x}\right)$, where $\frac{-\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ in the simplest form.

OR

(b) Find the principal value of $\tan^{-1}(1) + \cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) + \sin^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

25. Find : $\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2-4)}\, dx$.

SECTION – C

In this section there are **6** short answer type questions of **3** marks each.

26. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = (\cos x)^x + \cos^{-1}\sqrt{x}$ is given.

27. (a) Find the particular solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = y \cot 2x$, given that $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$.

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation

$$(xe^{\frac{y}{x}} + y)\, dx = x\, dy, \text{ given that } y = 1 \text{ when } x = 1.$$

28. Find : $\int \sec^3 \theta \, d\theta$

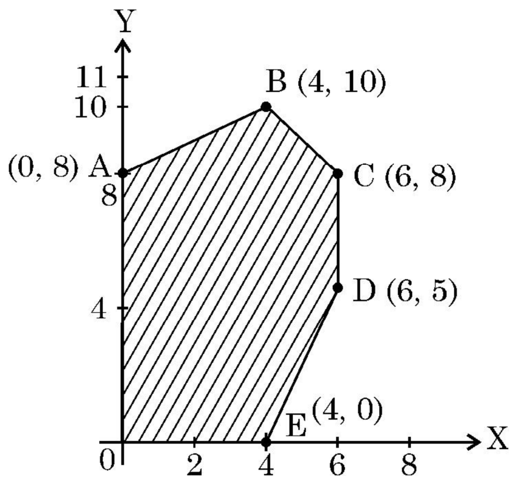
ZOLLEGE

29. (a) 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई ताश की गड्डी में से एक पत्ता खो जाता है । शेष पत्तों में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है, जो बादशाह वाला पत्ता पाया जाता है । खो गए पत्ते के बादशाह वाला पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) एक अभिनत पासे पर समसंख्या आने की प्रायिकता, विषम संख्या के आने की प्रायिकता से दुगुनी है । इस पासे को दो बार उछाला गया । छः आने की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए । इस बंटन का माध्य भी ज्ञात कीजिए ।

30. रेखीय अवरोधों के निकाय द्वारा निर्धारित सुसंगत क्षेत्र के कोणीय बिंदु आकृति में दर्शाए गए हैं :



(i) यदि $Z = 3x - 4y$ उद्देश्य फलन है, तो Z का अधिकतम मान ज्ञात कीजिए ।

(ii) यदि $Z = px + qy$, p, q > 0 उद्देश्य फलन है, तो p तथा q में वह संबंध ज्ञात कीजिए, जिसके लिए Z का अधिकतम मान B(4, 10) तथा C(6, 8) पर हो ।

31. (a) मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\,dx}{1 + \cos 2x + \sin 2x}$

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\int e^x \left[\frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right] dx$

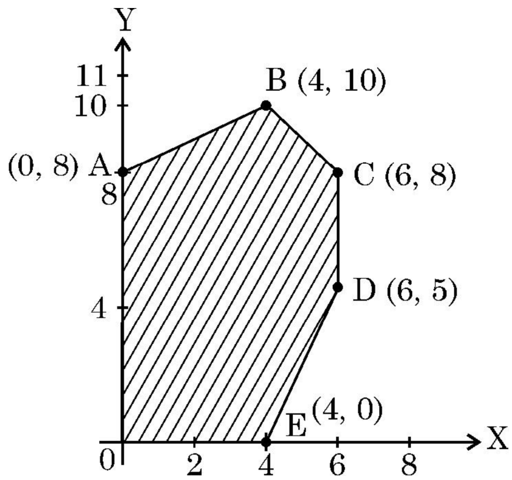
ZOLLEGE

29. (a) A card from a well shuffled deck of 52 playing cards is lost. From the remaining cards of the pack, a card is drawn at random and is found to be a King. Find the probability of the lost card being a King.

OR

(b) A biased die is twice as likely to show an even number as an odd number. If such a die is thrown twice, find the probability distribution of the number of sixes. Also, find the mean of the distribution.

30. The corner points of the feasible region determined by the system of linear constraints are as shown in the following figure :



(i) If Z = $3x - 4y$ be the objective function, then find the maximum value of Z.

(ii) If Z = $px + qy$ where p, q > 0 be the objective function. Find the condition on p and q so that maximum value of Z occurs at B(4, 10) and C(6, 8).

31. (a) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\,dx}{1 + \cos 2x + \sin 2x}$

OR

(b) Find : $\int e^x \left[\frac{1}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] dx$

ZOLLEGE

खण्ड – घ

इस खण्ड में **चार** दीर्घ-उत्तर वाले प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. (a) माना $A = R - \{5\}$ तथा $B = R - \{1\}$ है । $f(x) = \dfrac{x-3}{x-5}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : A \to B$ पर विचार कीजिए । दर्शाइए कि f एकैकी व आच्छादक है ।

अथवा

(b) जाँच कीजिए कि क्या सभी वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R में परिभाषित संबंध

$S = \{(a, b) :$ जहाँ $a - b + \sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है $\}$

स्वतुल्य, सममित या संक्रामक है ।

33. (a) रेखा $\dfrac{x}{2} = \dfrac{2y-6}{4} = \dfrac{1-z}{-1}$ तथा इसके समांतर एक अन्य रेखा जो बिंदु $(4, 0, -5)$ से होकर जाती है, के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए ।

अथवा

(b) यदि रेखाएँ $\dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y-2}{2k} = \dfrac{z-3}{2}$ तथा $\dfrac{x-1}{3k} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-6}{-7}$ परस्पर लंबवत हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए । अत: उपरोक्त दोनों रेखाओं के लंबवत एक रेखा का सदिश समीकरण लिखिए, जो बिंदु $(3, -4, 7)$ से होकर जाती है ।

34. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए :

अत: निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$x + 2y + z = 5$

$2x + 3y = 1$

$x - y + z = 8$

ZOLLEGE

SECTION – D

In the section there are **4** long answer type questions of **5** marks each.

32. (a) Let A = R – {5} and B = R – {1}. Consider the function f : A → B, defined by $f(x) = \frac{x-3}{x-5}$. Show that f is one-one and onto.

OR

(b) Check whether the relation S in the set of real numbers R defined by S = {(a, b) : where $a - b + \sqrt{2}$ is an irrational number} is reflexive, symmetric or transitive.

33. (a) Find the distance between the line $\frac{x}{2} = \frac{2y-6}{4} = \frac{1-z}{-1}$ and another line parallel to it passing through the point (4, 0, –5).

OR

(b) If the lines $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-7}$ are perpendicular to each other, find the value of k and hence write the vector equation of a line perpendicular to these two lines and passing through the point (3, –4, 7).

34. Find A^{-1}, if $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Hence, solve the following system of equations :

$x + 2y + z = 5$

$2x + 3y = 1$

$x - y + z = 8$

ZOLLEGE

35. (a) वक्र $y = x|x|$ का आलेख खींचिए । अत: इस वक्र, X-अक्ष तथा कोटियों $x = -2$ तथा $x = 2$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन से ज्ञात कीजिए ।

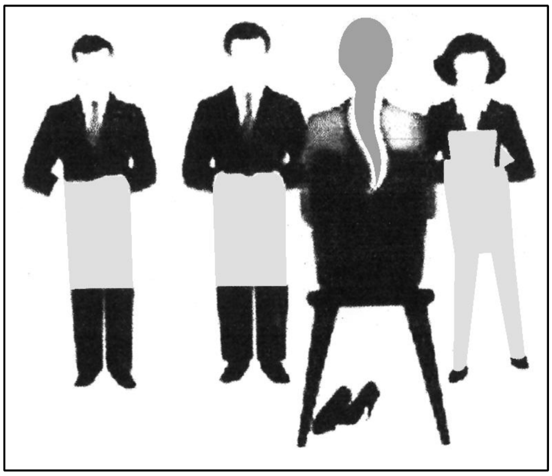
अथवा

(b) समाकलन के प्रयोग से दीर्घवृत्त $9x^2 + 25y^2 = 225$, रेखाओं $x = -2$ तथा $x = 2$ और X-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण आधारित प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।

36. रोहित, जसप्रीत और आलिया एक ही पद की तीन रिक्तियों के लिए साक्षात्कार के लिए उपस्थित हुए । रोहित के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ है, जसप्रीत के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ तथा आलिया के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{4}$ है । चयन की घटना एक दूसरे से स्वतंत्र है ।



उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दें :

(i) इनमें से कम से कम एक के चुने जाने की प्रायिकता क्या है ? **1**

(ii) $P(G \mid \overline{H})$ ज्ञात कीजिए जहाँ G, जसप्रीत के चुने जाने को दर्शाती है तथा $\overline{H}$ रोहित के न चुने जाने को दर्शाती है । **1**

(iii) उनमें से केवल एक के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(iii) उनमें से कोई दो के चुने जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । **2**

ZOLLEGE

35. (a) Sketch the graph of $y = x|x|$ and hence find the area bounded by this curve, X-axis and the ordinates $x = -2$ and $x = 2$, using integration.

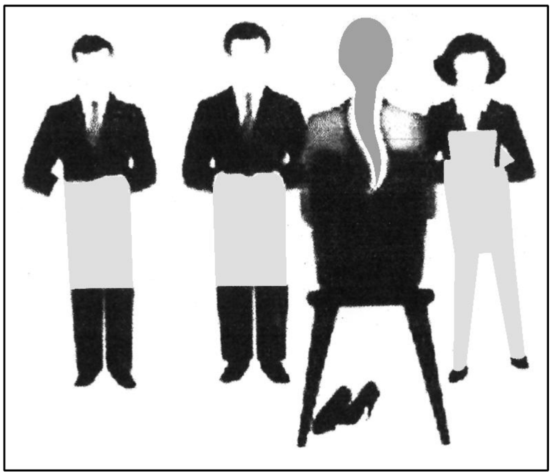
OR

(b) Using integration, find the area bounded by the ellipse $9x^2 + 25y^2 = 225$, the lines $x = -2$, $x = 2$, and the X-axis.

SECTION – E

In this section, there are **3** case study based question of **4** marks each.

36. Rohit, Jaspreet and Alia appeared for an interview for three vacancies in the same post. The probability of Rohit's selection is $\frac{1}{5}$, Jaspreet's selection is $\frac{1}{3}$ and Alia's selection is $\frac{1}{4}$. The event of selection is independent of each other.



Based on the above information, answer the following questions :

(i) What is the probability that at least one of them is selected ? **1**

(ii) Find $P(G \mid \overline{H})$ where G is the event of Jaspreet's selection and $\overline{H}$ denotes the event that Rohit is not selected. **1**

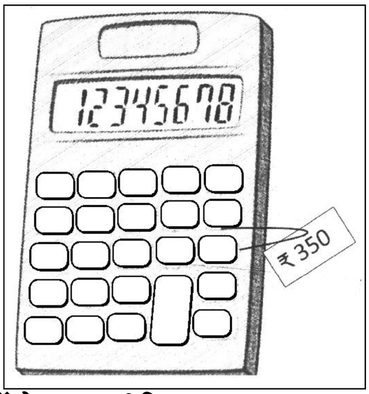
(iii) Find the probability that exactly one of them is selected. **2**

OR

(iii) Find the probability that exactly two of them are selected. **2**

ZOLLEGE

37. एक स्टोर, कैल्कुलेटर ₹ 350 प्रति कैल्कुलेटर के भाव से बेच रहा है । मार्केट के एक सर्वे के अनुसार मूल्य (p) के घटाने पर बिकने वाले कैल्कुलेटरों की संख्या (x) बढ़ जाती है । मूल्य और बिकने वाली संख्या का संबंध, अर्थात् माँग फलन $p = 450 - \frac{1}{2}x$ द्वारा प्रदत्त है

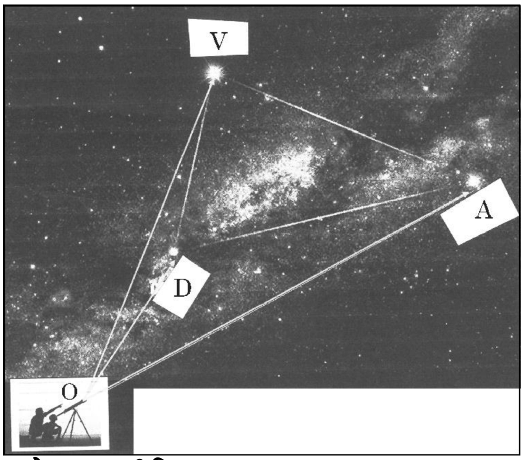


उपरोक्त के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) अधिकतम आय $R(x) = xp(x)$ प्राप्त करने के लिए कितनी इकाई (x) बेचने होंगे ? अपने उत्तर का सत्यापन कीजिए ।

(ii) अधिकतम आय के लिए एक कैल्कुलेटर के मूल्य को स्टोर को कितना घटाना होगा ?

38. एक खगोलीय केंद्र में एक प्रशिक्षक एक विशेष तारामंडल में सबसे चमकीले तीन सितारों को दर्शाता है । मान लें कि दूरबीन O (0, 0, 0) पर स्थित है तथा तीन सितारों की स्थितियाँ D, A तथा V पर इस प्रकार हैं कि उनके स्थिति–सदिश क्रमशः $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$, $7\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$ तथा $-3\hat{i} + 7\hat{j} + 11\hat{k}$ हैं।



उपरोक्त के आधार पर निम्न के उत्तर दीजिए :

(i) सितारा V, सितारे A से कितनी दूरी पर है ? **1**

(ii) $\overrightarrow{DA}$ की दिशा में एक एकक–सदिश ज्ञात कीजिए । **1**

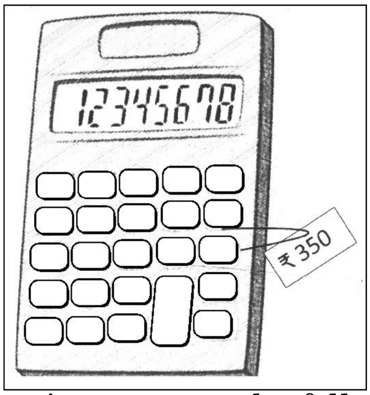
(iii) $\angle VDA$ का माप ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(iii) सदिश $\overrightarrow{DV}$ का सदिश $\overrightarrow{DA}$ पर प्रक्षेप कितना है ? **2**

ZOLLEGE

37. A store has been selling calculators at ₹ 350 each. A market survey indicates that a reduction in price (p) of calculator increases the number of units (x) sold. The relation between the price and quantity sold is given by the demand function $p = 450 - \frac{1}{2}x$.

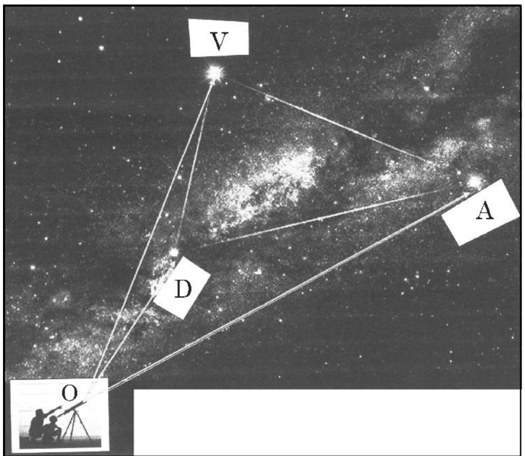


Based on the above information, answer the following questions :

(i) Determine the number of units (x) that should be sold to maximise the revenue $R(x) = xp(x)$. Also, verify the result.

(ii) What rebate in price of calculator should the store give to maximise the revenue ?

38. An instructor at the astronomical centre shows three among the brightest stars in a particular constellation. Assume that the telescope is located at O(0, 0, 0) and the three stars have their locations at the points D, A and V having position vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$, $7\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k}$ and $-3\hat{i} + 7\hat{j} + 11\hat{k}$ respectively.



Based on the above information, answer the following questions :

(i) How far is the star V from star A ? **1**

(ii) Find a unit vector in the direction of $\overrightarrow{DA}$. **1**

(iii) Find the measure of $\angle VDA$. **2**

OR

(iii) What is the projection of vector $\overrightarrow{DV}$ on vector $\overrightarrow{DA}$? **2**

ZOLLEGE

ZOLLEGE